

高中物理学

啊波吡

2026 年 4 月 26 日

目录

第一部分 运动与力	3
第一章 运动的描述	5
1.1 参考系 质点	5
1.1.1 参考系	5
1.1.2 质点	6
1.2 时间间隔 时刻	6
1.3 位移	7
1.3.1 位移 路程	7
1.3.2 直线运动的位移	7
1.3.3 位置—时间图像	7
1.4 速度	8
1.4.1 速度	8
1.4.2 平均速度与瞬时速度	8
1.5 加速度	9
1.5.1 加速度	9
1.5.2 速度—时间图像	10
第二章 匀变速直线运动	11
2.1 匀变速直线运动的规律	11
2.1.1 速度与时间的关系	11
2.1.2 位移与时间的关系	12
2.1.3 速度与位移的关系	14
2.2 自由落体运动 竖直上抛运动	14
2.2.1 自由落体运动	14
2.2.2 竖直上抛运动	15
2.3 应用: 刹车问题	17

2.4	匀变速直线运动的推论	19
2.4.1	平均速度 中央位移处的瞬时速度	19
2.4.2	相邻且相等的时间间隔的位移差恒定	21
2.4.3	比例法	22
2.5	误差和有效数字	23
2.5.1	误差	23
2.5.2	有效数字	24
第三章	力	25
3.1	重力 弹力 摩擦力	25
3.1.1	重力	25
3.1.2	弹力	26
3.1.3	摩擦力	26
3.2	力的相互作用	27
3.2.1	作用力与反作用力	27
3.2.2	牛顿第三定律	27
3.2.3	对物体进行受力分析	28
3.2.4	平衡力与相互作用力	28
3.3	力的合成与分解	29
3.3.1	合力与分力	29
3.3.2	共点力的合成与分解	29
3.3.3	矢量和标量	30
3.4	共点力的平衡	30
3.4.1	共点力平衡的条件	30
3.4.2	力的三角形	30
3.4.3	力的正交分解	31
第四章	运动与力的关系	33
4.1	牛顿第一定律	33
4.1.1	伽利略的理想实验	33
4.1.2	牛顿第一定律	34
4.1.3	惯性与质量	34
4.2	牛顿第二定律	34
4.3	力学单位制	35

目录	iii
4.4 超重和失重	36
第五章 运动的合成与分解	39
5.1 曲线运动	39
5.2 运动的合成与分解	40
5.3 应用: 小船过河问题	41
第六章 抛体运动	45
6.1 平抛运动	45
6.1.1 平抛运动的速度	45
6.1.2 平抛运动的位移和轨迹	46
6.1.3 物理量的求解思路	47
6.2 起落于斜面的平抛运动	49
6.3 斜抛运动	50
第七章 圆周运动	53
7.1 圆周运动的描述	53
7.1.1 线速度 角速度	53
7.1.2 周期	54
7.1.3 频率 转速	54
7.1.4 向心力 向心加速度	54
7.2 水平面上的圆周运动	55
7.3 竖直平面上的圆周运动	57
7.3.1 竖直圆周的几何分析	57
7.3.2 竖直圆周的临界问题	58
7.4 生活中的圆周运动	58
第八章 万有引力与宇宙航行	61
8.1 万有引力与行星的运动	61
8.1.1 开普勒定律	61
8.1.2 太阳与行星间的引力	62
8.1.3 月一地检验	62
8.1.4 万有引力定律	63
8.2 万有引力与重力	63
8.2.1 重力和万有引力的关系	63

8.2.2	不考虑地球自转的重力加速度	64
8.3	万有引力与宇宙航行	65
8.3.1	物体绕地球的运动	66
8.3.2	宇宙速度	66
8.3.3	人造地球卫星	67
8.3.4	卫星的变轨	68
8.3.5	双星系统	69
第九章	机械能守恒定律	71
9.1	功	71
9.1.1	恒力的功	71
9.1.2	直线运动的功	74
9.2	功率	74
9.3	势能	75
9.3.1	重力势能	75
9.3.2	势能函数	76
9.3.3	弹性势能	77
9.4	动能和动能定理	77
9.4.1	动能	77
9.4.2	动能定理	78
9.5	应用: 机车启动问题	79
9.6	机械能守恒定律	81
9.6.1	动能和势能的相互转化	81
9.6.2	机械能守恒定律	82
9.7	能量的转化与守恒	84
9.7.1	摩擦生热	84
9.7.2	能量守恒	85
第十章	动量守恒定律	87
10.1	动量	87
10.2	动量定理	88
10.2.1	冲量	88
10.2.2	动量定理	88
10.3	动量守恒定律	90

10.3.1 相互作用的两个物体的动量改变	90
10.3.2 动量守恒定律	91
10.4 反冲与爆炸	92
10.5 碰撞	94
10.5.1 弹性碰撞	94
10.5.2 非弹性碰撞	95
第二部分 电与磁	97
第十一章 静电场	99
11.1 电荷	99
11.1.1 静电的产生	99
11.1.2 电荷守恒定律	100
11.1.3 电荷量	100
11.2 静电力	101
11.2.1 库仑定律	101
11.2.2 应用: 静电力的平衡问题	102
11.3 静电场	103
11.3.1 电场	103
11.3.2 电场强度	104
11.3.3 两个等量点电荷形成的电场	106
11.4 静电场中的能量	107
11.4.1 电势能	107
11.4.2 电势	108
11.4.3 电势差	109
11.5 电场的图形描述	111
11.5.1 电场线	111
11.5.2 等势面	111
11.6 电势差与电场强度的关系	111
11.7 静电的防止与利用	112
11.7.1 静电平衡	112
11.7.2 电荷的分布特点	113
11.7.3 静电屏蔽	113

11.7.4 静电吸附	113
11.8 电容	114
11.8.1 电容器	114
11.8.2 电容	114
11.8.3 平行板电容器	115
11.8.4 电容器的动态分析	117
11.9 带电粒子在匀强电场中的运动	118
11.9.1 匀强电场中的直线运动	118
11.9.2 匀强电场中的类平抛运动	118
11.9.3 匀强电场中的加速与偏转	120
第十二章 电路	121
12.1 电源和电流	121
12.1.1 电源	121
12.1.2 恒定电场	121
12.1.3 电流	122
12.1.4 电流的微观本质	122
12.2 导体的电阻	123
12.2.1 电阻	123
12.2.2 影响电阻的因素	124
12.2.3 导体的伏安特性曲线	124
12.3 电路	125
12.3.1 串联电路与并联电路	125
12.3.2 电压表和电流表	127
12.3.3 等效电路	129
12.4 电路中的能量转化	129
12.4.1 电功	129
12.4.2 电功率	131
12.4.3 焦耳定律	131
12.4.4 电路中的能量转化	132
12.5 电源的电动势和内阻	133
12.5.1 电源内的能量转化	133
12.5.2 电动势	133

12.5.3 内阻	133
12.6 闭合电路欧姆定律	133
12.6.1 闭合电路欧姆定律	133
12.6.2 路端电压和负载的关系	135
12.7 电源的功率与效率	135
12.7.1 功率与电流的关系	136
12.7.2 电源的效率	137
12.8 应用: 动态电路 含电容器的电路	138
12.8.1 动态电路问题	138
12.8.2 含电容器的电路问题	138
12.9 实验: 伏安法测电阻	139
12.9.1 电流表的内接法与外接法	139
12.9.2 滑动变阻器的限流接法和分压接法	140
12.10 实验: 测量电源的电动势及内阻	141
12.10.1 实验思路	141
12.10.2 数据处理	141
12.10.3 电路连接及误差分析	142
第十三章 磁场	145
13.1 磁场	145
13.1.1 磁场	145
13.1.2 磁感线	145
13.1.3 安培定则	146
13.1.4 地磁场	146
13.1.5 安培的分子电流假说	146
13.2 磁感应强度	147
13.2.1 电流元	147
13.2.2 磁感应强度	147
13.2.3 匀强磁场	147
13.3 磁通量	148
13.4 磁场对通电导线的作用力	148
13.4.1 安培力的方向	149
13.4.2 安培力的大小	149

13.5 磁场对运动电荷的作用力	149
13.5.1 洛伦兹力的方向	149
13.5.2 洛伦兹力的大小	150
13.6 带电粒子在磁场中的运动	150
13.6.1 带电粒子在匀强磁场中的匀速圆周运动	150
13.6.2 带电粒子在有界匀强磁场中的运动	151
13.6.3 带电粒子在复合场中的运动	153
13.7 电磁科技	154
13.7.1 速度选择器	154
13.7.2 质谱仪	154
13.7.3 回旋加速器	155
13.7.4 电磁流量计	156

第十四章 电磁感应 157

14.1 电磁感应现象	157
14.1.1 电磁感应现象的发现	157
14.1.2 产生感应电流的条件	157
14.2 楞次定律	157
14.3 法拉第电磁感应定律	158
14.3.1 法拉第电磁感应定律	158
14.3.2 变化的磁场产生的感应电动势	159
14.3.3 导线切割磁感线时的感应电动势	159
14.4 电磁感应的应用	161
14.4.1 涡流	161
14.4.2 电磁阻尼 电磁驱动	161
14.5 互感 自感	162
14.5.1 互感现象	162
14.5.2 自感现象	162
14.5.3 自感系数	162
14.5.4 磁场的能量	163
14.6 通电导线在磁场中的运动	163
14.6.1 通电导线在磁场中的受力	163
14.6.2 电磁感应中的能量问题	164

14.6.3 电磁感应与电荷量	166
第十五章 交变电流	169
15.1 正弦式交变电流	169
15.2 交变电流的描述	171
15.2.1 频率 周期	171
15.2.2 峰值 有效值	172
15.2.3 平均值	172
15.3 电感器和电容器对交流的阻碍	173
15.4 变压器	173
15.4.1 变压器的原理	173
15.4.2 理想变压器的变压规律	174
15.4.3 有多个副线圈时的变压规律	175
15.4.4 自耦变压器	175
15.5 电能的输送	175
第三部分 热学	177
第十六章 分子动理论	179
16.1 分子动理论	179
16.2 分子运动速率分布规律	181
16.2.1 分子速率分布的统计规律	181
16.2.2 气体压强的微观解释	182
16.3 物体的内能	183
16.3.1 分子动能和分子势能	183
16.3.2 物体的内能	184
16.4 温度和温标	184
16.4.1 气体宏观状态的描述	184
16.4.2 热平衡与温度	185
16.4.3 温度计与温标	185
第十七章 气体 液体 固体	187
17.1 气体	187
17.1.1 气体的等温变化	187

17.1.2 气体的等压变化	187
17.1.3 气体的等容变化	188
17.1.4 理想气体及其状态方程	189
17.2 固体	189
17.2.1 晶体和非晶体	190
17.2.2 晶体的微观结构	190
17.3 液体	191
17.3.1 液体的微观结构	191
17.3.2 液体的表面张力	192
17.3.3 浸润和不浸润	192
17.3.4 液晶	193
第十八章 热力学定律	195
18.1 功和热与内能的改变	195
第四部分 振动与波	197
第十九章 机械振动	199
19.1 弹簧振子的振动	199
19.1.1 弹簧振子	199
19.1.2 振动图像	199
19.2 简谐运动的描述	200
19.2.1 振幅	201
19.2.2 周期 频率	201
19.2.3 相位	202
19.2.4 位移 速度	202
19.3 简谐运动的力和能量	203
19.3.1 简谐运动的回复力	203
19.3.2 简谐运动与圆周运动的关系	204
19.3.3 简谐运动的能量	205
19.4 单摆	206
19.5 实验: 用单摆测量重力加速度	207
19.6 外力作用下的振动	208
19.6.1 阻尼振动	208

19.6.2 受迫振动	208
19.6.3 共振	208
第二十章 机械波	211
20.1 波的产生和传播	211
20.1.1 波的形成	211
20.1.2 横波 纵波	212
20.1.3 机械波	213
20.2 波的描述	213
20.2.1 波的图像	213
20.2.2 描述波的物理量	215
20.3 波的性质	217
20.3.1 波的反射	217
20.3.2 波的折射	217
20.3.3 波的衍射	217
20.3.4 波的叠加 波的干涉	218
20.3.5 多普勒效应	221
第二十一章 电磁波	223
21.1 电磁波的发现	223
21.1.1 麦克斯韦的预言	223
21.1.2 电磁波	223
21.2 电磁波谱	224
21.2.1 电磁波的描述	224
21.2.2 电磁波谱	224
21.2.3 电磁波传递能量	226
第五部分 光	227
第二十二章 光	229
22.1 光的折射	229
22.1.1 折射定律	229
22.1.2 折射率	230
22.2 光的全反射	230

目录	1
22.3 光的干涉	232
22.3.1 光的双缝干涉	232
22.3.2 光的薄膜干涉	233
22.4 光的衍射	234
22.5 光的偏振	235
22.5.1 波的偏振	235
22.5.2 光的偏振	235
22.5.3 激光	236
22.6 光的色散与光的电磁理论	236
第二十三章 波粒二象性	239
第六部分 原子和原子核	241

第一部分

运动与力

第一章 运动的描述

物体的空间位置随时间的变化是自然界中最简单,最基本的运动形态,叫作**机械运动**,这是物质运动最低级,最基本的形式.几乎在任何形式的运动中都包含这种最基本的运动形式.在物理学中,研究物体做机械运动规律的分支叫作**力学**.

本书第一部分所研究的力学都叫作**经典力学**.经典力学有两方面的局限性.第一,物体的运动要远远低于光速;否则物体将遵循另一种运动规律,即**相对论力学**.第二,物体不能是分子,原子那样的大小,即不是所谓微观粒子,而应是日常中肉眼可见的那种大小;否则物体将遵循另一种运动规律,即**量子力学**.

研究力学,即研究机械运动,我们将采取由表及里的研究方式.先研究物体怎样运动,以及如何描述机械运动的现象,这部分叫作**运动学**.再进一步研究运动内在规律,即研究运动和力的关系,这部分叫作**动力学**.运动学知识是动力学的基础.

这一章,我们开始学习机械运动的描述.

1.1 参考系 质点

1.1.1 参考系

运动学最初步的问题是如何确定物体在空间中的位置,然后要判断它是运动的还是静止的;如果是运动的,再来描述它具体是怎样运动的.

然而,自然界的一切物体都处于永恒的运动中,绝对静止的物体是不存在的.就此意义而言,我们说**运动是绝对的**.在绝对的运动下,没有绝对不变的位置.这样,要描述一个物体的位置,就必须选定另外一个物体作为参考.地球在不断地绕太阳运动,太阳也在不断的迁移,我们常说经纬度是绝对位置,但实际上它也只是相对于地球的位置而已.

描述某个物体的位置随时间的变化,也总是相对于其他物体而言的.具体地说,我们把一个物体当作是静止的,以此来研究另一个物体的运动.这便是运动的相对性.

为了确定物体的位置和描述它的机械运动而选作标准的另一个物体叫作**参考系**.生活中我们说一个物体是静止的,通常是指它相对于地面静止,即以地面为参考系.像这样,在描述机械运动时,我们把**参考系当作是静止的**,以研究物体相对于参考系的运动.

应当指出的是,同一物体,相对于不同参考系,显示出不同的运动状态.以火车车厢为参考系,火车上的乘客是

静止的;可相对于地面来看,乘客在以与火车相同的速度高速运动着.

1.1.2 质点

如果物体的大小远远小于所研究问题中的有关距离,问题又不涉及物体的转动,我们就可以忽略实际物体的体积,用一个没有体积大小,因而也谈不上有什么形状的“点”,来代替实际物体.但在物体的机械运动中,质量起很重要的作用,因此这个“点”还应该保留有质量,这就是**质点**.

例如,研究地球绕太阳的运行而不涉及地球的自转时,由于地球的半径远小于太阳到地球的距离,完全可以将地球这个庞然大物当做质点;又如研究传动机构时涉及转动,这时哪怕是最小的齿轮,也不能当作质点.因此,物体能否被看成质点,是由所研究问题的性质决定的,并非依据物体自身的大小和形状来判断.

学习物理学,应当注意在各种问题中如何区分主要因素,次要因素与偶然因素,如何选取适当的**模型**代替实际对象.质点就是一种理想化的模型.类似的理想化模型还有“轻杆”,“光滑平面”,“点电荷”,“刚体”等等.以适当的抽象模型代替实际对象并不是脱离实际,反而使人更深刻地抓住问题的本质.

1.2 时间间隔 时刻

要描述物体位置随时间的变化,首先要清楚“时间”一词的含义.我们在日常生活中所说的时间,可能是指**时间间隔**,也可能指**时刻**,两者的物理意义不同,必须严格区分.*

为了区分时刻与时间间隔,我们可以借助时间轴来理解:在时间轴上,一个点表示一个**时刻**,一个区间表示一段**时间间隔**.形象地说,时间间隔能够展示物体运动的一个过程,好比是一段录像;时刻可以显示物体运动的一个瞬间,好比是一张照片.就像一个一个连续的照片可以组成录像,一系列连续时刻的积累便构成时间.

时间轴上的第一个1s是从 $t=0$ 开始,至 $t=1$ s结束的.因此,“第1s初”是一个时刻,指的是时间轴上 $t=0$ 这一点;“第1s末”也是一个时刻,指的是时间轴上 $t=1$ s这一点.而“第1s内”是一段**时间间隔**,指的是时间轴上从 $t=0$ 到 $t=1$ s的这段区间;同理,“第3s内”指的是时间轴上从 $t=2$ s到 $t=3$ s的这段区间(图1.1).

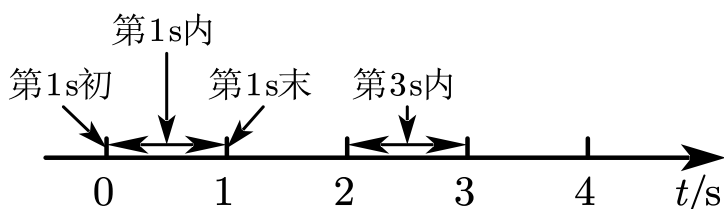


图 1.1: 时间轴

*在物理学中说“时间”,多是指时间间隔.

1.3 位移

1.3.1 位移 路程

为了定量地描述物体的位置,需要在参考系上建立适当的**坐标系**.例如,若想说明地面上某人所处的位置,可以采用平面直角坐标系来描述;如果物体做直线运动,可以用一维坐标系来描述.

表示物体在某一时刻的位置是容易的,那么,如何描述物体位置的变化呢?我们在初中已经知道,**路程**是物体运动轨迹的长度.但有时候我们并不关注物体的移动过程如何,只关心它的始末位置.这样,一根从起点指向终点的**有向线段**就足以表示物体位置的变化.只要物体的初,末位置确定,这个有向线段就是确定的,它不因运动路径的不同而改变.物理学中用**位移**来描述物体位置的变化,通常用字母 l 表示.*

位移是有方向的,它的方向从物体的初位置指向末位置.在物理学中,像位移这样的物理量叫作**矢量***,它既有大小又有方向;像温度,路程这样的物理量叫作**标量**,它们只有大小,没有方向.

1.3.2 直线运动的位移

质点相对于参考系做直线运动,其轨迹是固定于参考系的一条直线.为了精确表明物体在这条直线上的位置,我们选定一个原点 O ,然后指出质点在原点的哪一边,距离原点有多远.若给这条直线规定一个正的指向,还可以用正负号来简洁的表明质点在原点的哪一边,这条直线就是**坐标轴**,或称**一维坐标系**.现称之为 x 轴.质点与原点的距离,赋予“+”,“-”号,叫作质点的**位置坐标**,简称**坐标**,记作 x .坐标 x 确切的表明了物体相对于参考系的位置.

设物体初位置的坐标为 x_1 ,末位置的坐标为 x_2 ,那么物体在这个过程中的位移就是从 x_1 指向 x_2 的有向线段,其大小为

$$l = \Delta x = x_2 - x_1.$$

若两坐标之差为正,则位移的方向指向 x 轴的正方向;若两坐标之差为负,则位移的方向指向 x 轴的负方向.

今后我们也用 Δx 来表示物体在直线运动中的位移.

1.3.3 位置—时间图像

现在,我们已经能够描述做直线运动的物体的位置.为了研究物体的位置随时间的变化情况,我们还应当建立时间的“坐标轴”,即选取某个时刻作为**初始时刻**(或称为“0”时刻),并把其他时刻用该时刻在初始时刻之前或之后多久来描述,这个坐标轴记作 t 轴.

我们还可以把 x 轴和 t 轴结合在一起.在直角坐标系中选时刻 t 为横轴,选位置 x 为纵轴,其上的图线就是**位置—时间图像**,也称 $x-t$ 图像.通过它能直观地看出物体在任意时刻的位置.

*国家标准中没有规定位移的专用符号.本书中,在需要明确位移与坐标关系的场合,例如研究质点沿坐标轴的运动时,用 x 或 y , x 来表示相对于原点的位移;在其他场合用 L ,有时也用 S 等符号.

*矢量在数学中也叫作向量.

这样, 物体的坐标 x 随时间 t 的变化

$$x = x(t)$$

就精准地表述了物体位置随时间的变化情况, 即准确的描述了物体的机械运动.

特别地, 如果物体的初始位置为位置坐标的原点 O , 那么物体的位置坐标即为位移大小, 即 $\Delta x = x$. 此时位置—时间图像就成为**位移—时间图像**.

1.4 速度

1.4.1 速度

要描述物体的运动, 物体位置变化的快慢, 即运动的快慢是一个重要的物理量. 物理学中用位移与发生这段位移所用时间之比表示物体运动的快慢, 这就是**速度**, 用 v 表示.* 如果在时间 Δt 内物体的位移是 Δx , 它的速度就可以表示为

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

速度是矢量, 不仅表明运动快慢, 还表明运动的方向. 速度 v 的方向与时间 Δt 内位移 Δx 的方向相同. 因此, 在这段时间里, 如果物体向坐标轴的正方向移动, 则 $\Delta x > 0$, 因而 $v > 0$; 如果物体向坐标轴的负方向移动, 则 $\Delta x < 0$, 因而 $v < 0$.

1.4.2 平均速度与瞬时速度

物体在某一段时间内, 运动的快慢通常是变化的. 而上式求得的速度 v , 只是在一段时间 Δt 内运动的平均快慢程度, 称为**平均速度**, 通常记作 \bar{v} .

如果我们用 $x(t)$ 表示物体位置随时间变化的函数, 由数学知识可以理解,*

$$x'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

就表示 t 时刻位置关于时间的瞬时变化率, 我们把它叫作物体在 t 时刻的**瞬时速度**, 通常记作 v 或 v_t , 即

$$v_t = x'(t).$$

由瞬时速度的定义可知, $x-t$ 图线上某一点切线的斜率就表示物体在这一时刻的瞬时速度.

*这和我们初中所学的速度定义不完全相同. 请读者不要套用初中的思维, 尽量去理解本书表达的意思.

*本书中, 用符号 $f'(x)$ 表示函数 $f(x)$ 在点 x 处的瞬时变化率, 即 $y = f(x)$ 的图像在 x 处的切线斜率, 定义为

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

数学中, 按照这个关系建立的函数 $f'(x)$ 称为 $f(x)$ 的导函数, 简称导数. 导数的相关知识在《普通高中教科书 数学 选择性必修 第三册》中有所介绍. 本书多次使用了导数等数学工具, 进行关系式的推导和结论的证明. 如果读者不具备这部分数学知识, 可以先不必在意这些内容, 只要理解本书中给出的结论即可.

交通规则更着重于汽车的瞬时速度. 限速 60 km/h 的路段上, 一辆汽车以 20 km/h 的平均速度行驶了一段时间. 而在这段时间里汽车的速度有时快有时慢, 有时还会停下等待红绿灯, 因而汽车在某些时刻的瞬时速度超过 60 km/h 并非不可能. 所以, 交通规则中的限速, 限制的是瞬时速度而非平均速度.

在力学的研究中, 当然也更着重瞬时速度. 如果不加说明, 今后说“速度”时, 指的都是瞬时速度.

匀速直线运动是瞬时速度保持不变的运动. 在匀速直线运动中, 平均速度与瞬时速度相等.

瞬时速度的大小通常叫作**速率**, 而**平均速率**是物体在一段时间内各个时刻速率的平均值. 开车绕 400 m 的操场一圈并回到起点, 汽车每一刻的速率都不为 0, 平均速率描述了汽车在这段时间内汽车速率的平均值, 用微元法的思想容易理解, 汽车的平均速率实际上是汽车运动的路程 (而非位移) 与所用时间之比*.

要注意区分“平均速率”和“平均速度”. 在上一个例子中, 由于汽车运动一周回到起点, 汽车的位移为 0, 所以汽车的“平均速度”就是 0.

1.5 加速度

1.5.1 加速度

要比较位置变化的快慢, 可以用位移 (即位置的变化量) 除以时间. 同理, 要比较速度变化的快慢, 可以用速度的变化量除以时间.

物理学中把速度的变化量与发生这一变化所用时间之比, 叫作**加速度**, 通常用 a 表示. 若用 Δv 表示速度在时间 Δt 内的变化量, 则有

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (1.1)$$

国际单位制中, 加速度的单位是**米每二次方秒**, 符号是 m/s^2 .

加速度是矢量, 既有大小, 又有方向. 对于做直线运动的物体来说, 如果加速度与速度的方向相同, 物体的速度将增加; 如果加速度与速度的方向相反, 物体的速度将减小, 直至减小到 0 后又沿着加速度的方向加速. 规定了正负号后可以这样说:

如果 $a > 0$, v 的值将增大*; 如果 $a < 0$, v 的值将减小.

由上式求得的加速度 a , 只是一段时间内速度变化的平均快慢程度, 称为**平均加速度**. 速度在某一时刻的瞬时变化率称为**瞬时加速度**.

在中学阶段, 我们研究的大多数运动是加速度恒定的运动. 在这种情况下, 平均加速度和瞬时加速度相等, 我们不作特别区分, 统称为“加速度”; 其他情况下, 我们所研究的“加速度”大多是瞬时加速度.

*其实, 这里平均速率的概念才是我们初中学习的速度.

*这里说值增大, 不是绝对值增大, 而要考虑它的符号. 后面也一样.

1.5.2 速度—时间图像

物体运动的速度随时间变化的情况可以用图像来直观表示. 以时间 t 为横轴, 速度 v 为纵轴, 坐标系中的图像即为**速度—时间图像**或 $v-t$ 图像.

对于做直线运动的物体来说, 我们选定一个正方向, 并规定沿这个方向的速度为正, 沿反方向的速度为负. 那么当速度沿正方向时, 图线将画在 t 轴的上方; 当速度沿负方向时, 图线将画在 t 轴的下方;

在今后的物理学习中, $v-t$ 图像将会是最常用的图像. 因为它能展示许多信息:

- 图线上某一点切线的斜率, 就表示物体在这一时刻的瞬时加速度;
- 图线的纵轴截距表示物体的初速度;
- 图线与 t 轴围成的图形面积, 代表物体的位移.

其中, 斜率信息尤为重要. 由数学知识可知, 加速度实际就是速度关于时间的瞬时变化率, 也就是导数. 设速度关于时间的函数为 $v(t)$, 则加速度就是

$$a = v'(t).$$

如果 $v-t$ 图线是上凸的, 即导函数递减, 就表示物体的加速度减小; 如果 $v-t$ 图线是下凸的, 即导函数递增, 就表示物体的加速度增大. 利用数学知识, 今后我们还可以发掘 $v-t$ 图像的更多含义.

第二章 匀变速直线运动

2.1 匀变速直线运动的规律

初中我们研究的运动大多是匀速直线运动. 我们知道, 匀速直线运动的 $v-t$ 图像是一条平行于 t 轴的直线 (图 2.1a), 表示物体的速度恒定不变, 即加速度为 0. 如果物体的 $v-t$ 图像是一条倾斜的直线, 物体的运动状态又是如何呢?

考虑做直线运动的某物体, 其速度关于时间的函数 $v = v(t)$ 是斜率不为 0 的一次函数, 即

$$v(t) = kt + c,$$

则物体的加速度

$$a = v'(t) = k.$$

可见, 该物体的加速度为定值 k , 也就是该一次函数 $v(t)$ 的比例系数 (斜率). 像这样, 沿着一条直线, 且加速度不变的运动, 叫作**匀变速直线运动**.

当 $k > 0$, 即 $a > 0$ 时, 物体做**匀加速直线运动**, 其速度与时间的关系如图 2.1b 所示;

当 $k < 0$, 即 $a < 0$ 时, 物体做**匀减速直线运动**, 其速度与时间的关系如图 2.1c 所示.

2.1.1 速度与时间的关系

对于做匀变速直线运动的物体来说, 我们可以取物体开始运动的时刻为初始时刻. 如果从初始时刻到 t 时刻的过程中, 物体的速度从 v_0 变到 v , 那么由加速度的定义式 (1.1) 可得, 物体做匀变速直线运动的加速度是*

$$a = \frac{v - v_0}{t - 0}.$$

由此立即得到速度 v 与时间 t 的关系

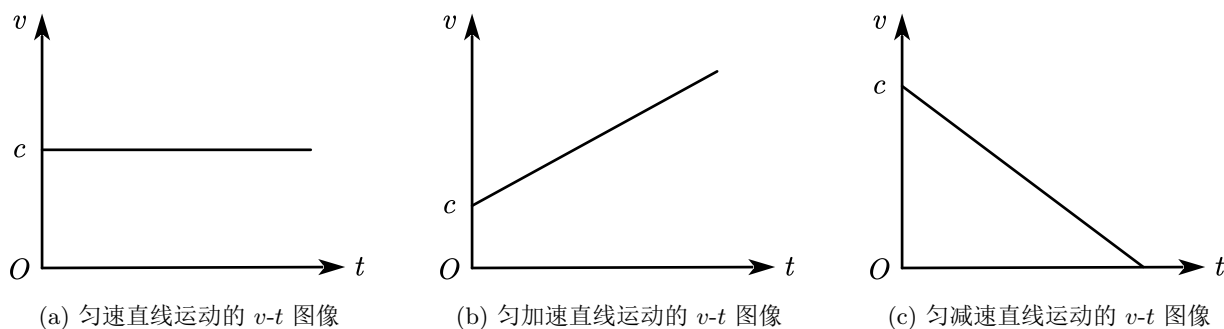
$$\boxed{v = v_0 + at.} \quad (2.1)$$

从数学的角度看, 这是非常自然的. 对照匀变速直线运动的一般 $v-t$ 函数

$$v(t) = kt + c$$

来看, $v = v(t)$ 的图线斜率 k 就是 (2.1) 式中的加速度 a , 常数 c 就是 (2.1) 式中初始时刻的速度 v_0 , 称为**初速度**. 关系式 (2.1) 实际就是画在 $v-t$ 图像中的倾斜直线的解析式 (如图 2.2).

*前面已经说过, 匀变速直线运动是加速度不变的运动. 因此, 这里的加速度既是平均加速度, 也可以看作是任意时刻的瞬时加速度.

图 2.1: 匀速直线运动和匀变速直线运动的 $v-t$ 图像

知道物体的初速度和加速度后, (2.1) 式给出了物体在任意时刻的速度. 如果我们不知道初速度, 但知道物体在某一时刻的速度, 可以求出物体在其他时刻的速度吗?

在物体做匀变速直线运动的过程中, 取任意两个时刻 $t_1 < t_2$, 物体的速度分别为 v_1, v_2 , 则根据 (2.1) 式有

$$v_1 = v_0 + at_1, \quad v_2 = v_0 + at_2.$$

对两式作差, 可以得到

$$v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1).$$

记 $\Delta v = v_2 - v_1, \Delta t = t_2 - t_1$, 上式就可以写成

$$\boxed{\Delta v = a\Delta t.} \quad (2.2)$$

这就是说, 做匀变速直线运动的物体, 其速度在一段时间内的增量, 等于物体的加速度与这段时间的乘积.

2.1.2 位移与时间的关系

在瞬时速度的定义中, 我们说, 物体在 t 时刻的瞬时速度 v 是物体的位置 x 在 t 时刻的瞬时变化率. 从数学的角度来看, 瞬时速度 v 和位置坐标 x 有这样的关系, 即速度关于时间的函数 $v = v(t)$ 是位置关于时间函数 $x = x(t)$ 的导数, 从这个角度, 我们尝试推导匀变速直线运动位移与时间的关系.*

如果取物体开始运动的时刻为初始时刻, 根据 (2.1) 式, $v = v_0 + at$ 是 $x = x(t)$ 的导函数, 也就是说对 $x(t)$ 关于 t 求导可以得到 v , 即

$$x'(t) = v_0 + at.$$

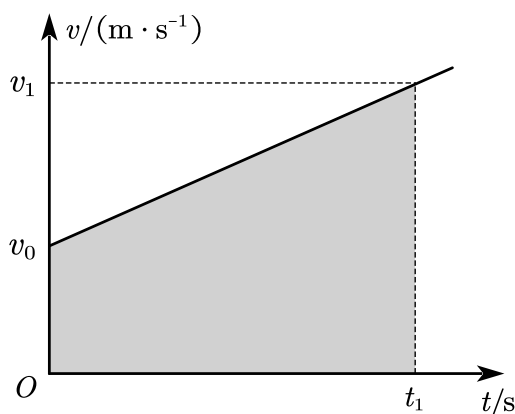
回忆函数的求导法则, 一次函数 v_0t 的导数是 v_0 *, 二次函数 $\frac{1}{2}at^2$ 的导数是 at , 常数 C 的导数是 0. 因此, 原函数*应该是

$$x = x(t) = v_0t + \frac{1}{2}at^2 + C.$$

*这里我们再次用到了导数的知识. 如果你不具备这部分知识, 请直接记住 (2.3) 式的结论.

*如果你还没学过导数, 不妨设想, 一次函数 $y = kx + b$ 在某一点的斜率是多少? 很显然, 这个函数的图像在每一点的斜率都是 k , 所以这个函数的导数就是 k .

*如果函数 f 是函数 F 的导函数, 那么就称函数 F 是 f 的一个原函数.

图 2.2: 匀变速直线运动的 $v-t$ 图像

在初始时刻, 物体的位置坐标 $x = x(0) = C$, 可见常数 C 就是 $t = 0$ 时物体的位置坐标, 称为**初位置**. 如果用 x_0 表示初位置, 那么物体的位置坐标 x 与时间 t 的关系是

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

特别地, 为了简便起见, 我们规定物体的初位置为位置坐标的原点, 即 $x_0 = 0$. 从而物体的坐标 x 就是物体的位移 Δx . 这样, 我们就得到了匀变速直线运动位移 x 与时间 t 的关系

$$\boxed{x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.} \quad (2.3)$$

为了验证上述结论的正确性, 我们从另外一个角度对上式进行推导.

图 2.2 是做匀变速直线运动的物体的 $v-t$ 图像. 可以知道, 图中直线的斜率是

$$k = \frac{v_1 - v_0}{t_1},$$

所以此一次函数的解析式为

$$v = \frac{v_1 - v_0}{t_1} t + v_0.$$

由于速度 v 可由位移 x 求导得到, 所以位置函数 $x(t)$ 应是*

$$x(t) = \frac{v_1 - v_0}{2t_1} t^2 + v_0 t + x_0. \quad (2.4)$$

因此, 物体从初始时刻到 t_1 时刻的位移

$$\Delta x = x(t_1) - x(0) = \frac{1}{2}(v_1 - v_0)t_1 + v_0 t_1 + x_0 - x_0 = \frac{1}{2}v_1 t_1 - \frac{1}{2}v_0 t_1 + v_0 t_1 = \frac{1}{2}(v_0 + v_1)t_1.$$

不难发现, $\frac{1}{2}(v_0 + v_1)t_1$ 正是上图中阴影梯形的面积*.

特别地, 如果规定物体的初位置为位置坐标的原点, 那么 (2.4) 中没有 x_0 这一项, 即

$$x(t) = \frac{v_1 - v_0}{2t_1} t^2 + v_0 t.$$

*可以验证, 对 (2.4) 求导确实能得到上式 v . 在积分学中, 这个求导的逆运算叫作求 $v(t)$ 的不定积分. 由于常数的导数为 0, 所以在 (2.4) 中我们加上了常数项 x_0 , 称为积分常数.

*这并不是巧合. 用积分学的知识可以证明, 函数 $y = f(x)$ 的图像在一段区间内与 x 轴围成的梯形 (或曲边梯形) 面积, 正是其原函数在这段区间的函数值变化量. 现在你只需要理解, 因为 $x = vt$, 所以物体的 $v-t$ 图线与 t 轴围成的梯形面积就是这段时间内物体所走的位移.

这样, 物体在 t_1 时刻的位置坐标 $x(t_1)$ 就是物体从初始时刻到 t_1 时刻的位移 x , 即

$$x(t_1) = \frac{1}{2}(v_0 + v_1)t_1.$$

根据 (2.1), $v_1 = v_0 + at_1$, 代入可得

$$x(t_1) = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at_1)t_1 = v_0t_1 + \frac{1}{2}at_1^2,$$

把 t_1 换成 t , 即物体在 t 时刻的位移

$$x = v_0t + \frac{1}{2}at^2.$$

2.1.3 速度与位移的关系

将 (2.1) 与 (2.3) 联立求解, 消去 t , 即可得到

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2ax.} \quad (2.5)$$

其中 v_0 为物体的初速度, a 为物体的加速度, 规定物体的初位置为位置坐标的原点, 则 x 为物体的位移. 这就是匀变速直线运动速度 v 与位移 x 的关系式.

如果在所研究的问题中, 已知量和未知量都不涉及时间, 利用这个公式求解, 往往会更简便.

2.2 自由落体运动 竖直上抛运动

上一节, 我们从理论上分析了匀变速直线运动的运动规律. 生活中的匀变速直线运动有哪些呢? 其实, 我们最常见到的物体自由下落的运动, 就是一种匀变速直线运动.

2.2.1 自由落体运动

物体下落的运动是司空见惯的, 但人们对这个运动的研究却持续了两千多年. 亚里士多德认为, 物体下落的快慢跟它的轻重有关, 重的物体下落得快. 这一论断很符合人们的直觉, 在之后的两千多年里都被人们所认同.

伽利略认为, 根据亚里士多德“重的物体下落得快”的论断, 会推出相互矛盾的结论. 在一块大石头上绑一块小石头, 它的下落速度变快还是变慢呢? 直觉上, 整体的质量增大了, 下落的速度应该变快; 但隔离开来看, 大石头被小石头的速度拖着, 下落的速度应该变慢. 这种相互矛盾的结论, 说明亚里士多德的看法是错误的. 根据仔细的分析, 伽利略认为物体下落的运动只有一种可能性: 重的物体与轻的物体应该下落得同样快.

其实, 在生活中, 我们认为重的物体下落快, 轻的物体下落慢, 是由于空气阻力对轻的物体影响较大. 实验证明, 在真空中, 轻的物体和重的物体下落得同样快.

物体只在重力作用下从静止开始下落的运动, 叫作**自由落体运动**. 这种运动只在真空中才能发生. 在有空气的空间, 如果空气阻力的作用比较小, 可以忽略, 物体的下落可以近似看作自由落体运动.

进一步的实验表明, 在同一地点, 一切物体自由下落的加速度都相同. 这个加速度叫作**自由落体加速度**, 也叫作**重力加速度**, 通常用 g 表示. 重力加速度的方向竖直向下, 它的大小可以通过多种方法用实验测定. 精确的实验发

现, 在地球表面不同的地方, g 的大小一般是不同的, 赤道的 g 比两极的要略小*. 平均来看, 一般我们取

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2.$$

中学阶段为了简化计算, 我们通常取

$$g = 10 \text{ m/s}^2.$$

自由落体运动是初速度为 0, 加速度为 g 的匀加速直线运动, 所以匀变速直线运动的基本公式及其推论都适用于自由落体运动. 把初速度 $v_0 = 0$ 和加速度 $a = g$ 分别代入匀变速直线运动的速度与时间的关系式 (2.1) 和位移与时间的关系式 (2.3), 可以得到自由落体的速度 v , 位移 Δh 与时间 t 的关系式分别为

$$v = gt, \quad \Delta h = \frac{1}{2}gt^2.$$

以竖直向下为正方向, 则做自由落体运动的物体的位移 Δh 为正值. 那么, 物体做自由落体运动的时间可由第二式解出

$$t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}.$$

进而可以得到速度 v 与位移 Δh 的关系

$$v = \sqrt{2g\Delta h}.$$

2.2.2 竖直上抛运动

将物体以一定的初速度竖直向上抛出, 只在重力作用下的运动, 叫作**竖直上抛运动**. 由于只受重力, 所以物体的加速度仍为重力加速度 g , 因此可以确定, 竖直上抛运动是匀变速直线运动.

物体向上运动时, 其速度方向与加速度方向相反, 做匀减速直线运动; 当物体的速度减小到 0 时, 物体到达最高点; 此后, 物体在重力作用下开始下落, 做自由落体运动 (即匀加速直线运动).

运动规律

如果以竖直向上为正方向*, 那么竖直上抛运动的加速度大小为 g , 方向与 g 的方向相反. 通常, 我们说竖直上抛运动的加速度为 $-g$, 这里的“-”号表示方向与规定的正方向相反.

若物体的初速度为 v_0 , 则由 (2.1) 式, 可得 t 时刻物体的速度

$$v = v_0 - gt. \quad (2.6)$$

由上式解出的速度 v , 可能为正值, 也可能为负值. 如果 v 为正值, 则表示 v 的方向与初速度 v_0 的方向相同, 和 g 的方向相反, 物体正在向上做匀减速直线运动; 如果 v 为负值, 则表示 v 的方向与 v_0 的方向相反, 和 g 的方向相同, 物体正在向下做匀加速直线运动.

进一步地, 以竖直向上为正方向, 建立一维坐标系 Oh , 并规定物体的初位置为 $h_0 = 0$, 则由 (2.3) 式, 物体的位置 h 与时间 t 的关系为

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2. \quad (2.7)$$

*在第八章会讲述原因.

*通常, 我们取初速度的方向为正方向.

由上式解出的位置 h , 可能为正值, 也可能为负值. 正值表示 h 在初位置 h_0 上方, 负值表示 h 在初位置 h_0 下方.

当物体到达最高点 $h = h_m$ 处时, 物体的速度 $v = 0$. 代入 (2.6) 式, 可以解得物体达到最高点所用的时间

$$t_1 = \frac{v_0}{g}. \quad (2.8)$$

再由 (2.7) (2.8) 联立求解, 可以得到

$$h_m = \frac{v_0^2}{2g}.$$

物体到达最高点后, 由于具有加速度 g , 将开始向下做匀加速直线运动. 当物体落回到原抛出点时, 位移为 0, 代入 (2.7), 可以解得物体从向上抛出到落回到原抛出点所用的时间*

$$t_2 = \frac{2v_0}{g}.$$

另一方面, 由图 2.3a 易见, 物体回到原抛出点时, $v-t$ 图像在 t 轴上下围成的阴影面积上下抵消, 此时的速度恰好是 $-v_0$. 这样, 把 $v = -v_0$ 代入 (2.6) 式也可解得 t_2 .

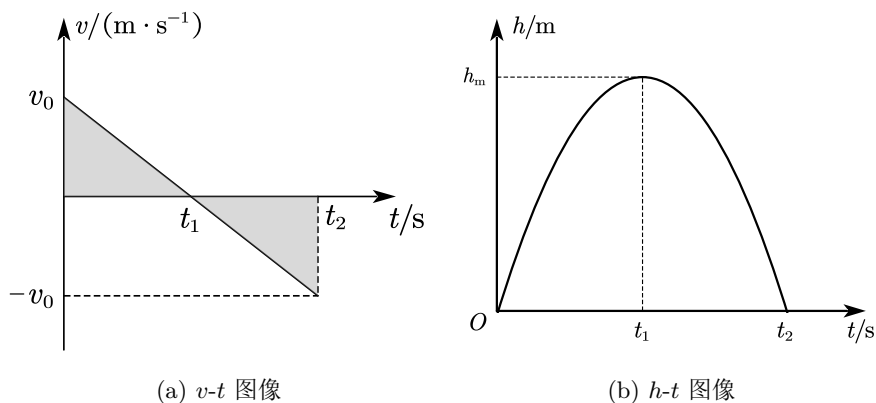


图 2.3: 竖直上抛运动的 $v-t$ 图像和 $h-t$ 图像

运动的对称性

由于物体在上升阶段和下降阶段的加速度大小均为 g , 所以上升和下降的过程可以视为逆过程, 具有高度的对称性.

1. **速度对称** 物体在上升过程和下降过程中经过同一位置时速度大小相等, 方向相反. 特别地, 物体下落回原抛出点时的速度与初速度大小相等, 方向相反.
2. **时间对称** 物体在上升过程和下降过程中经过同一段高度所用的时间相等. 特别地, 物体上升到最高点所用的时间与物体从最高点落回原抛出点所用的时间相等.

从图 2.3 可以清楚地看到运动的对称性. 在解决问题时, 运用上述的对称性会使问题大大简化.

*实际上可以解得两个 t , 这里舍去了 $t = 0$ 这个根.

2.3 应用: 刹车问题

本章中提到的刹车过程, 均视为匀减速直线运动, 所以匀变速直线运动的所有公式都可以使用. 但是需要注意, 我们以前推导运动学公式时, 都是以一个理想的物理模型为基础. 当物体减速到 0 时, 如果没有特殊说明, 我们认为它的加速度仍然不变, 物体将会反向加速.

而刹车问题是一个生活中的实际问题. 处理这些实际问题时, 一定要考虑到实际情况, 即汽车的速度减小到 0 后就停下来, 不再运动了. 也就是说, 当汽车的速度减小到 0 时, 它的加速度将突然变为 0 (图 2.4a) 所示. 这往往作为一个容易忽略的考点出现在题目中, 一定要多加注意.

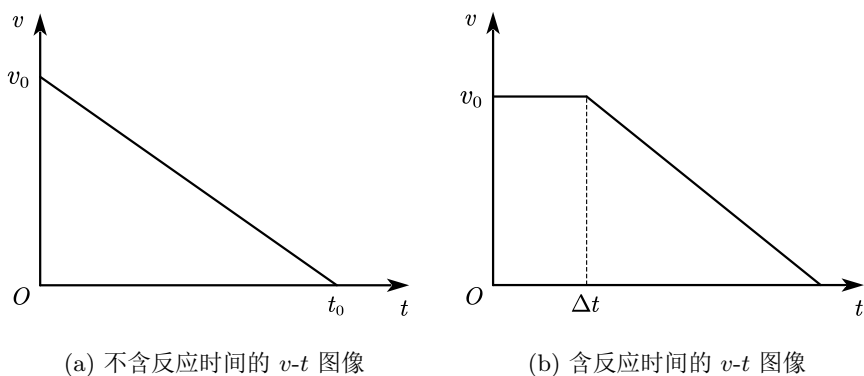


图 2.4: 刹车问题的 $v-t$ 图像

对于求解 t 时刻的位移 x 的问题, 我们应该分两步来思考.

第一步, 求刹车时间 t_0 . 如果踩下刹车时的速度为 v_0 , 刹车的加速度为 $-a$, * 当汽车的速度 $v = 0$ 时, 代入 (2.1) 可解得刹车时间

$$t_0 = \frac{v_0}{a}.$$

第二步, 比较 t 与 t_0 的大小. 如果 $t < t_0$, 则根据位移与时间的关系式, 代入时间 t 计算位移 x 即可; 如果 $t \geq t_0$, 则应代入刹车时间 t_0 来计算位移 x , 或者利用速度与位移的关系式 (2.5)

$$0 - v_0^2 = -2ax$$

来求解位移 x .

需要再次强调, 计算刹车时间是解决刹车问题的关键步骤. 解决这类问题时如果不考虑刹车时间, 很大概率会得出错误的结果.

使用逆向思维解决问题 从开始制动到刹停, 刹车过程是末速度为 0 的匀减速直线运动. 但如果我们倒过来看, 汽车就是在做初速度为 0 的匀加速直线运动, 就像“视频倒放”一样. 这个思想可以简化一些计算量. 比如, 要计算汽车的刹车位移 x , 如果用正向思维来看, 则对应公式

$$x = v_0 t_0 - \frac{1}{2} a t_0^2.$$

*如果以 v_0 的方向为正方向, 则加速度的方向与正方向相反.

如果用逆向思维来看, 则对应公式

$$x = \frac{1}{2}at_0^2.$$

实际上, 这两个式子计算得到的 x 是相同的, 但显然后者计算量更小. 因此, 在处理末速度为 0 的匀减速直线运动时, 我们通常把它转化为初速度为 0 的匀加速直线运动, 来简化计算量.

含反应时间的刹车问题 司机从接收信号到作出反应需要一定的时间, 老司机相比新司机的一个重要区别是反应时间 Δt 较短. 在反应时间 Δt 内, 汽车做的是匀速直线运动, 之后才开始做匀减速直线运动, 如图 2.4b 所示. 若刹车时车速为 v_0 , 刹车的加速度为 $-a$, 则从接收信号到刹停的位移表达式为

$$x = v_0\Delta t + \frac{v_0^2}{2a}.$$

例 1 汽车紧急刹车过程中会在路面上留下刹车痕迹. 某次紧急刹车后测得刹车痕迹长为 36 m, 假设制动后汽车做加速度大小恒为 8 m/s^2 的匀减速直线运动直到停止, 则下列说法正确的是 ()

- A. 刹车后前 4 s 内的位移大小为 32 m
- B. 刹车后第 1 s 末的速度大小为 16 m/s
- C. 刹车后第 4 s 末的速度大小为 8 m/s
- D. 刚刹车时, 汽车的初速度大小为 24 m/s

答案 B

解析 根据速度与位移的关系式, 对刹车的全过程有

$$0 - v_0^2 = -2ax,$$

代入数据, 解得汽车的初速度大小

$$v_0 = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \times 8 \times 36} \text{ m/s} = 24 \text{ m/s}.$$

故 D 错误.

根据速度与时间的关系式, 对刹车的全过程有

$$0 = v_0 - at_0,$$

解得汽车速度减小到 0 的时间

$$t_0 = \frac{v_0}{a} = \frac{24}{8} \text{ s} = 3 \text{ s}.$$

即第 3 s 末汽车的速度就减小到 0. 所以刹车后第 4 s 末的速度大小为 0, 故 C 错误. 刹车后前 4 s 的位移就是刹车位移 36 m, 故 A 错误.

刹车后第 1 s 末的速度大小为

$$v_1 = v_0 - at = 24 \text{ m/s} - 8 \times 1 \text{ m/s} = 16 \text{ m/s}.$$

故 B 正确.

2.4 匀变速直线运动的推论

2.4.1 平均速度 中央位移处的瞬时速度

在 1.4 节中, 我们用平均变化率的思想定义了平均速度, 即位移与发生这段位移所用的时间之比. 如果用函数 $x = x(t)$ 描述物体的位置随时间的变化, 那么该物体从 $t = t_1$ 时刻到 $t = t_2$ 时刻的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (2.9)$$

对于匀变速直线运动

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

来说, 它的平均速度有什么特别的规律吗? 上式中 v_0 为 $t = 0$ 时刻的速度, x_0 为 $t = 0$ 时刻的位置, a 为匀变速直线运动的加速度. 把 $x(t)$ 代入 (2.9), 可以得到

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\left(v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2\right) - \left(v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2\right)}{t_2 - t_1} = \frac{v_0(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= v_0 + \frac{1}{2} a(t_2 + t_1) = \frac{2v_0 + a t_2 + a t_1}{2}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

如果设 t_1 时刻的速率为 v_1 , t_2 时刻的速率为 v_2 , 则根据速度与时间的关系式 (2.1) 分别有

$$a t_1 = v_1 - v_0,$$

$$a t_2 = v_2 - v_0.$$

把以上两式分别代入 (2.10) 中, 就得到

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}. \quad (2.11)$$

这就是说, 做匀变速直线运动的物体, 在一段时间内的平均速度, 等于这段时间始末时刻的瞬时速度的均值*.

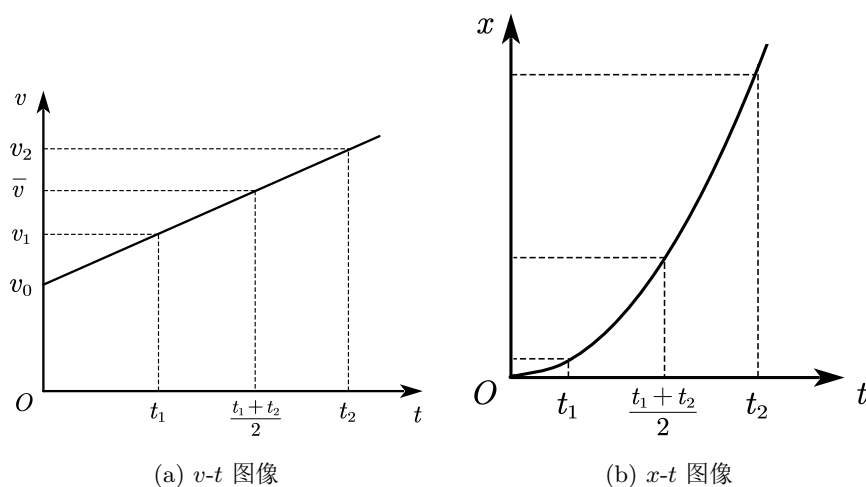


图 2.5: 物体在 $t_1 \sim t_2$ 的平均速度

*如无特殊说明, 本书中提到两个量的均值, 指的都是它们的算术平均值.

其实, 根据匀变速直线运动的 $v-t$ 图像, 可以很容易地看出这一结论. 由于匀变速直线运动的速度关于时间是一次函数, 所以匀变速直线运动的 $v-t$ 图像是一条直线, 如图 2.5a 所示. 由图可知, 物体在任意一段时间 $t_1 \sim t_2$ 内的平均速度, 等于这段时间中央时刻 $\frac{t_1+t_2}{2}$ 的瞬时速度, 也就是 v_1 与 v_2 的均值 \bar{v} . 这就是平均速度推论. 事实上, 由速度与时间的关系式 (2.1), 有

$$v\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) = \frac{at_1+at_2}{2} = \frac{v_1+v_2}{2} = \bar{v}.$$

需要注意的是, 上面的推导指出, 物体在某段时间的平均速度, 等于这段时间中央时刻的瞬时速度, 但并非中央位置处的瞬时速度. 由于物体的位移随时间的变化并非线性, 对于匀加速直线运动来说, $x(t)$ 是一个向下凸的函数 (如图 2.5b)*, 因此物体运动到中央时刻 $\frac{t_1+t_2}{2}$ 时, 还并未到达中央位置 $\frac{x(t_1)+x(t_2)}{2}$ 处.

这时就会问, 中央位移处的瞬时速度又如何表示呢? 考虑物体从坐标原点运动到 x 位置处, 初速度和末速度分别为 v_1 和 v_2 , 中央位移 $\frac{x}{2}$ 处的速度大小为 $v_{\text{中}}$, 则由速度与位移的关系式 (2.5) 有

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax,$$

$$v_{\text{中}}^2 - v_1^2 = 2a\frac{x}{2}.$$

联立以上两式, 可以解出中央位移处的速度大小

$$v_{\text{中}} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}}.$$

可以发现, 这个表达式中 v_1 和 v_2 的系数相同, 即“权重”相同; 而表达式的次数却仍为一次. 看起来, 这也像是 v_1 和 v_2 的某种“均值”. 数学中, 这个式子叫作 v_1 和 v_2 的平方平均值, 这样就可以说: 做匀变速直线运动的物体, 运动到中央位置时的瞬时速度, 等于其初速度与末速度的平方平均值.

例 2 一质点做匀加速直线运动, 依次通过 a, b, c 三点. 测得 a, b 两点之间的距离为 s , b, c 两点之间的距离为 $4s$. 质点通过 ab 端所用时间为 t , 通过 bc 端所用时间为 $2t$, 求该质点运动的加速度大小.

解 根据平均速度推论, 质点在 ab 段运动的中央时刻的速度, 等于其在 ab 段运动的平均速度, 为

$$v_1 = \frac{s}{t}.$$

同理, 质点在 bc 段运动的中央时刻的速度为

$$v_2 = \frac{4s}{2t} = \frac{2s}{t}.$$

ab 段的中间时刻与 cd 段中间时刻的时间间隔为

$$\Delta t = \frac{t}{2} + \frac{2t}{2} = \frac{3t}{2}.$$

根据速度增量与时间间隔的关系 (2.2) 有

$$v_2 - v_1 = a\Delta t.$$

由此可以解得 $a = \frac{2s}{3t^2}$.

*匀加速直线运动的位移 x 与时间 t 呈二次项系数为正的二次函数关系, 其 $x-t$ 图像开口向上, 所以说它“向下凸”; 而匀减速直线运动的 $x-t$ 图像开口向下, 即“向上凸”, 结论与上面相反: 当物体运动到中央位置时, 还未到达中央时刻.

例 3 一质点做匀加速直线运动, 在 AB , BC 两端相等位移 x 内运动的时间分别为 T_1 , T_2 , 试表示质点在 ABC 段的加速度大小.

解 质点在 AB 段和 BC 段的平均速度分别为

$$v_1 = \frac{x}{T_1}, \quad v_2 = \frac{x}{T_2}.$$

两式作差, 即得

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{x(T_2 - T_1)}{T_1 T_2}.$$

根据平均速度推论, 质点从 v_1 加速到 v_2 所用时间为

$$\Delta t = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

于是质点的加速度为

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2x(T_1 - T_2)}{T_1 T_2 (T_1 + T_2)}.$$

2.4.2 相邻且相等的时间间隔的位移差恒定

我们知道, 做匀变速直线的物体, 其速度随时间呈一次函数的关系变化, 而其位移随时间呈二次函数的关系变化. 如果你学习过等差数列, 可能会想到等差数列的前 n 项和公式

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = \frac{d}{2}n^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)n$$

是一个没有常数项的二次函数, 但其通项公式

$$a_n = a_1 + nd$$

却是一个一次函数.

一方面, 匀变速直线运动速度与时间的关系式 (2.1) 和等差数列的通项公式形式很像; 另一方面, 规定物体的初位置为坐标原点, 则位移与时间的关系式 (2.3) 也是一个没有常数项的二次函数. 那么, 各个相等时间间隔的位移大小, 是否具有等差数列的特征呢? 答案是肯定的. 事实上, 我们有这样的结论:

推论 做加速度为 a 的匀变速直线运动的物体, 在任意两个连续且相等的时间间隔 T 内的位移之差恒定, 且

$$\boxed{\Delta x = aT^2}. \quad (2.12)$$

证明 设 x_1 和 x_2 是两段连续且时间间隔均为 T 的位移, 则有

$$x_1 = v_0 T + \frac{1}{2} a T^2, \quad x_1 + x_2 = v_0 T + \frac{1}{2} a (2T)^2.$$

用第二式减去两倍的第一式, 即得 $x_2 - x_1 = aT^2$.

例 4 物体从静止开始做匀加速直线运动, 已知第 4 s 内与第 2 s 内的位移之差是 8 m, 则下列说法错误的是 ()

- A. 加速度大小为 8 m/s^2
- B. 第 2 s 末的速度为 8 m/s
- C. 第 2 s 内的位移为 6 m

D. 前 3 s 内的平均速度为 6 m/s

答案 A

解析 设第 4 s 内与第 2 s 内的位移分别为 x_4, x_2 , 则由

$$x_4 - x_2 = 2aT^2,$$

可知, 物体运动的加速度为

$$a = \frac{x_4 - x_2}{2T^2} = \frac{8}{2 \times 1} = 4 \text{ m/s}^2.$$

故 A 错误.

物体在第 2 s 末的速度为

$$v_2 = at = 4 \text{ m/s} = 8 \text{ m/s}.$$

故 B 正确.

物体在第 1 s 内的位移为

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 \text{ m} = 2 \text{ m}.$$

由 A 可知 $aT^2 = 4 \text{ m}$, 则由

$$x_2 - x_1 = aT^2$$

可得 $x_2 = 6 \text{ m}$, 即第 2 s 内的位移为 6 m, 故 C 正确.

类似 C, 物体在第 3 s 内的位移为

$$x_3 = x_2 + aT^2 = 10 \text{ m}.$$

所以物体在前 3 s 内的位移为

$$x_1 + x_2 + x_3 = 18 \text{ m}.$$

因此物体在前 3 s 内的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{18}{3} \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}.$$

物体在前 3 s 内的位移也可通过

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 \text{ m} = 18 \text{ m}$$

求出. 故 D 正确.

2.4.3 比例法

相邻且相等的时间间隔的位移之比

对于初速度为 0, 加速度为 a 的匀加速直线运动, 它的位移 x 与时间 t 的关系为*

$$x = \frac{1}{2}at^2. \quad (2.13)$$

*此后如果没有特别说明, 均规定物体的初位置为坐标原点, 并简单地用 x 表示位移.

由此可以得到, 前 t s, 前 $2t$ s, 前 $3t$ s, \dots 的位移之比为

$$1^2 : 2^2 : 3^2 : \dots$$

对上面的结果逐一作差, 可以得到第 t s 内, 第 $2t$ s 内, 第 $3t$ s 内 \dots 的位移之比为

$$1 : 3 : 5 : \dots$$

可以看出, 相邻且相等的时间间隔的位移之差恒定^{*}. 这与我们之前得到的结论一致.

上面的比例关系, 仅适用于初速度为 0 的匀加速直线运动. 解决自由落体运动等问题时, 利用这个结论可以极大的简化计算量.

相邻且相等的位移间隔的速度之比

对 (2.13) 式变形, 从中解出 t , 可得

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

可见, 物体通过的位移为 x m, $2x$ m, $3x$ m, \dots 所用的时间之比为

$$1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots$$

作差可知, 物体从速度为 0 开始, 通过连续且相等的位移所用的时间之比为

$$1 : (\sqrt{2} - 1) : (\sqrt{3} - 2) : \dots$$

用相邻且相等时间的位移差公式 (2.12) 也可以推导出相同的结论.

2.5 误差和有效数字

2.5.1 误差

任何测量结果都不可能绝对准确. 测量值跟被测物理量的真实值之间总会有差异, 这种差异叫作**误差**.

由仪器直接读出的数据叫作**直接测量结果**. 直接测量结果的误差来源于两方面. 一是仪器本身的缺陷, 例如刻度尺的刻度不够准确, 天平两臂不严格等长; 二是实验人员操作和读数的不准确, 例如用停表计时, 按下按钮的时刻总会稍有滞后或提前. 又如, 毫米刻度尺的分度值是 1 mm, 靠目测只能估计到分度值的 $\frac{1}{10}$, 即 0.1 mm, 肯定会有误差.

通过改进仪器和谨慎操作, 可以减小误差, 但任何仪器的测量都不能完全消灭误差.

偶然误差与系统误差 人读仪表时, 眼睛的位置可能稍向左偏或稍向右偏, 电表指针由于轴上的摩擦, 停下来位置可能一次偏大, 一次偏小. 这些误差是由偶然因素造成的, 叫作**偶然误差**. 偶然误差的特点是, 当多次重复测量时, 偏大和偏小的机会比较接近, 可以用取平均值的方法来减小偶然误差.

系统误差是由仪器结构缺陷, 实验方法不完善造成的. 例如, 天平两臂不完全等长会造成系统误差; 测量重力加速度时由于没有消除空气阻力等影响也会引起系统误差. 系统误差的特点是, 多次重复测量的结果总是大于 (或小

^{*}这里就用到了等差数列的知识.

于) 被测量的真实值, 呈现单一倾向.

绝对误差与相对误差 假设用分度值为 1 mm 的刻度尺测一段铜丝的直径, 读数为 1.3 mm. 限于刻度尺的精确度, 测量有一定的误差. 若被测量铜丝直径的真实值为 1.2 mm, 那么测量值与真实值之差则为

$$1.3 \text{ mm} - 1.2 \text{ mm} = 0.1 \text{ mm}.$$

物理学中把测量值与真实值之差, 叫作**绝对误差**.

除绝对误差之外, 人们通常要考虑这个绝对误差是在测量多大的测量值时产生的, 如果绝对误差相同, 但测量值大, 这个绝对误差在整个测量中所占的比例就小. 物理学中把绝对误差与测量值之比, 叫作**相对误差**^{*}, 即

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量值}}.$$

相对误差是一个比值, 没有单位, 通常用百分数表示. 在绝对误差相同的情况下, 测量值越大, 相对误差就越小.

2.5.2 有效数字

使用毫米刻度尺时, 我们通常估读一位, 即估计到分度值的 $\frac{1}{10}$. 比如, 在某一次测量中, 待测点 A 的中心位于 11 mm 和 12 mm 之间, 我们将估读到毫米数的下一位, 假设得到 $x_A = 11.3 \text{ mm}$. 其中的末位数 3 是估读的, 不可靠的. 但是这个不可靠的数字 3 还是有用的, 仍要写出来, 因为它表示点 A 在 11 mm 和 12 mm 两条刻度线之间, 靠近中点但离 13 mm 刻度线稍近一些的位置.

这种带有一位不可靠数字的近似数字叫作**有效数字**. 例如, 13.3 mm 有三位有效数字, 改写成 1.33 cm 或 0.0133 m 仍是三位有效数字.

如果仍用这把刻度尺测量另一点 B 的位置, 点 B 的中心恰好与 19 mm 的刻度线正对, 这种情况应当怎样处理呢?

正确的记录是 $x_B = 19.0 \text{ mm}$, 而不应写成 19 mm. 这种情况下, 1, 9 都是可靠的, 但若写成 19 mm, 就意味着数字 9 是不可靠的, 显然与事实上测量仪器的准确度不相符. 由此可以知道, 最末一位非零数字后面的数字 0 是有意义的, 不能随意舍去或添加.

在小数中, 第一位非零数字前面的 0 是用于表示小数点的位置的, 不是有效数字. 例如 0.92 s, 0.085 kg, 0.0063 m, 都是两位有效数字. 为了正确表述有效数字, 特别大或特别小的数字都要用科学记数法, 例如月球到地球的平均距离为 $3.84 \times 10^5 \text{ km}$, 钨原子的半径为 $1.37 \times 10^{-10} \text{ m}$.

实验的结果往往是由若干直接测量值经过运算得到的, 每一个直接测量值的误差都对最后结果产生影响, 应当按一定的数学方法来确定运算结果的有效数字. 但是这种处理方法比较复杂, 中学阶段不做要求, 运算结果一般取两位或三位有效数字就可以了.

^{*}严格地讲, 相对误差是绝对误差与真实值之比, 在估算时, 分母可用测量值代替.

第三章 力

3.1 重力 弹力 摩擦力

在力学中, 物体间的相互作用抽象为一个概念——力. 力的单位是牛顿, 简称牛, 符号用 N 表示. 力是矢量, 既有大小, 又有方向. 初中时我们就知道, 力可以使物体发生形变, 还可以改变物体的运动状态, 即产生加速度, 这都是物体间相互作用的效果.

力可以分为哪几种呢? 在机械运动中, 我们常见的力按性质可以分为三种: 重力, 弹力, 摩擦力. 其中重力是场力, 它的作用不需要物体与物体的接触, 我们之后会学的静电力, 安培力等等也都是场力; 弹力和摩擦力都是接触力, 它们的产生都要求物体间直接接触.

这一节我们主要研究重力, 弹力, 摩擦力这三种力.

3.1.1 重力

由于地球的吸引而使物体受到的力叫作重力. 物体受到的重力 G 与物体质量 m 的关系是

$$G = mg.$$

其中 g 是物体做自由落体运动时的加速度, 称为重力加速度.

我们知道, 加速度的单位是 m/s^2 . 看起来, 物理量 mg 的单位应该是 $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$, 这是力的单位吗? 这个单位和牛顿如何换算呢? 实际上, $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ 和牛顿是同一个单位, 即

$$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 1 \text{ N}.$$

在学习了牛顿第二定律之后, 我们将会理解其中的原因.

一个物体的各部分都受到重力的作用, 从效果上看, 可以认为各部分受到的重力作用集中于一点, 这一点叫作物体的重心. 物体的几何形状, 物体的质量分布都会影响物体中心的位置. 对于质地均匀, 形状规则的物体, 重心在它们的几何中心上. 需要注意的是, 重心不一定在物体上, 比如一个质地均匀的圆环, 它的重心就在空心圆的中心处.

力是矢量, 可以用有向线段表示. 有向线段的长短表示力的大小, 箭头表示力的方向, 箭尾表示力的作用点. 这种表示力的方法, 叫作力的图示. 通常, 我们不需要准确标度力的大小, 只需画出力的作用点和方向, 即画出力的示意图. 在解决问题时, 我们经常要画出力的示意图, 来分析物体的受力, 这个过程叫作受力分析. 学习了运动与力的关系之后, 我们将通过受力分析来确定物体的运动状态.

3.1.2 弹力

弹力

物体在力的作用下形状或体积会发生改变, 这种变化叫作**形变**. 发生形变的物体, 要恢复原状, 对与它接触的物体会产生力的作用, 这种力叫作**弹力**.

放在地板上的物体, 它对地板的压力以及地板对它的支持力, 都是弹力, 其方向是跟接触面垂直的; 绳子的拉力, 也是弹力, 其方向是沿着绳子而指向绳子收缩的方向. 一般说来, 弹力的方向总是与施力物体发生形变的方向垂直.

胡克定律

物体在发生形变后, 如果撤去作用力能够恢复原状, 这种形变叫作**弹性形变**. 如果形变过大, 超过一定的限度, 撤去作用力后物体不能完全恢复原来的形状, 这个限度叫作**弹性限度**.

英国科学家胡克经过研究发现, 在弹性限度内, 弹簧发生弹性形变时, 弹力 F 的大小跟弹簧伸长 (或缩短) 的长度 Δx 成正比, 即

$$F = k\Delta x. \quad (3.1)$$

这个规律叫作**胡克定律**. 式中 k 是比例常数, 叫作弹簧的**劲度系数**, 单位是牛顿每米, 符号是 N/m. 生活中说的弹簧“硬”, 有的弹簧“软”, 指的就是它们的劲度系数不同.

3.1.3 摩擦力

滑动摩擦力

两个相互接触的物体, 当它们相对滑动时, 在接触面上会产生一种阻碍相对运动的力, 这种力叫作**滑动摩擦力**. 滑动摩擦力的方向总是沿着接触面, 并且跟物体相对运动的方向相反.

初中我们已经知道, 摩擦力与接触面上压力的大小有关, 还与接触面的粗糙程度有关. 进一步的定量实验证明, **滑动摩擦力的大小跟压力的大小成正比**. 如果用 F_f 表示滑动摩擦力的大小, 用 F_N 表示压力的大小, 则有

$$F_f = \mu F_N. \quad (3.2)$$

其中, μ 是比例常数, 叫作**动摩擦因数**. 它的值跟接触面有关, 接触面材料不同, 粗糙程度不同, 动摩擦因数也不同.

静摩擦力

相互接触的两物体处于相对静止时, 它们之间是否可能存在摩擦力呢? 试想一个比较瘦弱的人用平行于地面的力去推沙发, 但沙发没有被推动. 根据二力平衡的知识可知, 这时一定有一个力与推力大小相等, 方向相反. 这个力就是沙发与地面间的摩擦力.

由于这时相互接触的两个物体之间只有相对运动的趋势, 而没有相对运动. 所以这时的摩擦力叫作**静摩擦力**. 静摩擦力的方向总是跟物体相对运动趋势的方向相反. 只要沙发与地面间没有产生相对运动, 静摩擦力的大小就随着推力的增大而增大, 并与推力保持大小相等.

静摩擦力的增大有一个限度. 物体所受静摩擦力的最大值 F_{\max} 在数值上等于物体即将开始运动时的拉力. 两物体之间实际产生的静摩擦力 F 在 0 与最大静摩擦力 F_{\max} 之间, 即

$$0 < F \leq F_{\max}.$$

实际上, 这个力 F_{\max} 与物体开始运动后受到的滑动摩擦力很接近, 并且略大于滑动摩擦力. 为了简化计算, 在中学阶段, 我们通常认为静摩擦力的最大值 F_{\max} 等于滑动摩擦力.

瓶子可以拿在手中, 靠的是静摩擦力的作用. 皮带运输机能将货物送往高处, 也是静摩擦力作用的结果.

3.2 力的相互作用

力的作用是相互的. 相互作用的力其大小有什么关系? 例如, 大人跟小孩掰手腕, 很容易就把小孩的手压在桌面上. 那么, 大人对小孩的手的作用力, 是否大于小孩对大人的手的作用力呢?

3.2.1 作用力与反作用力

力是物体对物体的作用. 只要谈到力, 就一定存在着**受力物体**和**施力物体**.

坐在椅子上用力推桌子, 会感到桌子也在推我们, 我们的身体要向后仰. 我们常说, 地面上及地球附近的物体受到地球的吸引. 其实, 地球也受到它们的吸引, 地球和物体之间的作用也是相互的.

可见, 两个物体之间的作用总是相互的. 物体间相互作用的这一对力, 通常叫作**作用力**和**反作用力**, 它们是一对**相互作用力**.

3.2.2 牛顿第三定律

作用力和反作用力的大小之间, 方向之间有什么样的关系?

把 A, B 两个弹簧测力计连接在一起, B 的一端固定, 用手拉测力计 A. 可以看到, 两个测力计的示数总是相等, 方向相反.

上面是通过弹力进行的实验, 摩擦力满足上面的关系吗? 如果是不相互接触的力呢? 牛顿经过研究指出: **两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等, 方向相反, 作用在同一条直线上. 这就是牛顿第三定律.**

在生活和生产中应用牛顿第三定律的例子是很多的.

汽车的发动机驱动车轮转动, 由于轮胎和地面之间的摩擦, 车轮向后推地面, 地面给车轮一个向前的反作用力, 使汽车前进. 汽车受到的驱动力就是这样产生的. 若把驱动轮架空, 不让它跟地面接触, 这时车轮虽然转动, 但车轮不推地面, 地面也就不会产生向前推车的力, 汽车就不会前进.

陷在泥泞中的汽车, 尽管车轮飞转, 但是如果泥和车轮之间太滑, 车轮得不到足够的摩擦力, 车也是出不来的.

3.2.3 对物体进行受力分析

分析物体的受力, 有两条思路. 一是根据物体运动状态的变化来分析和判断其受力情况, 这是下一章学习的内容; 二是根据各种力的特点, 从相互作用的角度来分析物体的受力. 下面我们先从后一思路来分析物体的受力情况. 它的主要步骤包括:

1. 确定研究对象: 将研究对象从周围物体中隔离出来, 只分析其所受的力, 必要时也可将几个物体看作一个整体进行分析;
2. 画力的示意图: 先画场力 (如重力和电场力等), 再画接触力 (如弹力和摩擦力);
3. 列方程计算: 根据受力图和力的平衡条件, 列出方程进行求解.

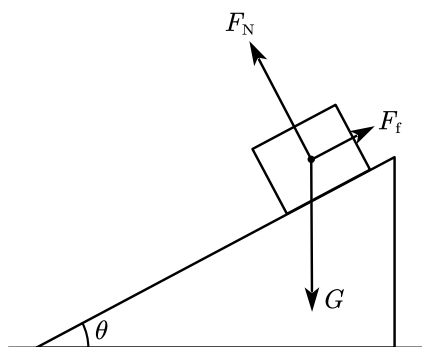


图 3.1: 斜面上的物体受力示意图

如图 3.1 所示, 一个木块静止在粗糙斜面上, 我们按重力, 弹力和摩擦力的顺序来分析它的受力情况. 木块受到重力 G , 方向竖直向下; 木块和斜面接触并相互挤压, 木块受到垂直于斜面向上的弹力 F_N ; 假设木块和斜面之间没有摩擦, 木块就会向下滑动, 由此可以判断, 静止的木块相对斜面有向下滑动的趋势, 所受的静摩擦力 F_f 是沿斜面向上的.

需要注意, 在这个问题中一共有 3 组作用力与反作用力出现, 分别是重力 G 与木块对地球的引力, 弹力 F_N 和木块对斜面的压力, 静摩擦力 F_f 和木块对斜面的静摩擦力. 由于我们是在对木块的受力情况进行分析, 所以只把这 6 个力中木块所受的 3 个力画出来了.

3.2.4 平衡力与相互作用力

在分析物体的受力情况时, 不要把某个力的反作用力跟这个力的平衡力混淆.

比如, 人站在地面上, 人受到重力 G 和地面的支持力 F , 由于人是静止的, 并且不再受其他力的作用, 因此重力 G 和地面的支持力 F 是一对相互平衡的力. 它们大小相等, 方向相反, 作用在同一个物体上.

另一方面, 地面以力 F 向上支持着人, 同时人又以力 F' 向下压着地面. 支持力 F 与压力 F' 是一对作用力与反作用力, 它们大小相等, 方向相反, 作用在两个物体上.

“一对相互平衡的力”和“一对作用力和反作用力”还有一个区别: 后者一定是同一种类的力 (例如 F 和 F' 都是弹力), 而前者则不一定是同一种类的力 (例如 F 是弹力, 而 G 是重力).

3.3 力的合成与分解

如果一个物体受到的力作用于物体上的同一点或者它们的作用线交于一点, 这样的一组力叫作**共点力**. 对于非共点力来说, 物体所受各力的作用线不交于一点, 在分析时通常需要考虑力矩和合力的方向, 比较复杂. 中学阶段我们只学习共点力的合成与分解.

3.3.1 合力与分力

生活中常常见到这样的事例: 一个力的单独作用与两个或者更多力的共同作用, 其效果相同. 一盏吊灯悬吊在天花板上保持静止, 悬线对吊灯的拉力是 F , 若用两根线共同悬挂吊灯, 悬线上端分别固定在天花板的左右两处, 线的拉力是 F_1 和 F_2 , 也能产生使吊灯保持静止的效果.

当一个物体受到几个力的共同作用时, 我们常常可以求出这样一个力, 这个力产生的效果跟原来几个力的共同效果相同, 这个力就叫作那几个力的**合力**, 原来的几个力叫作**分力**. 在前面的例子中, 可以说, F 是 F_1 和 F_2 的合力, F_1 和 F_2 都是 F 的一个分力.

3.3.2 共点力的合成与分解

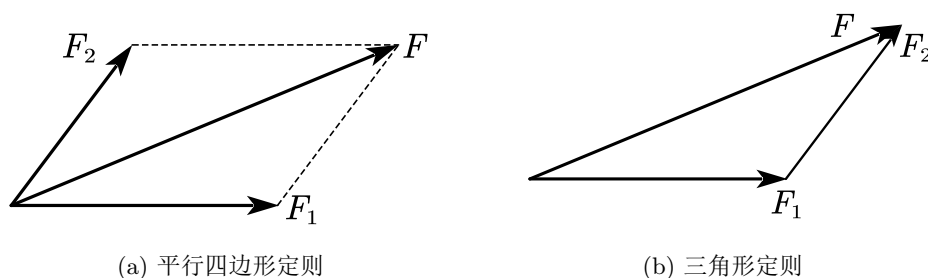


图 3.2: 力的合成法则

在物理学中, 我们把求几个力的合力的过程叫作**力的合成**, 把求一个力的分力的过程叫作**力的分解**.

共点力的合成与分解遵循什么规律呢? 实验表明, 两个力合成时, 如果以表示这两个力的有向线段为邻边作平行四边形, 这两个邻边之间的对角线就代表合力的大小和方向. 这个规律叫作**平行四边形定则**. 如图 3.2a 所示, 根据平行四边形定则, F 是 F_1 和 F_2 的合力.

需要指出的是, 如果没有限制, 对于同一条对角线, 可以作出无数个不同的平行四边形. 也就是说, 同一个力 F 可以分解为无数对大小, 方向不同的分力. 反过来, 给定两个力 F_1, F_2 的大小, 但不规定它们的方向, 则可以合成出无数个大小, 方向不同的合力 F .

当 F_1 和 F_2 方向相同时, 它们的合力 F 也沿着这个方向, 并且 F 的大小为 $F_1 + F_2$. 此时的 F 最大.

当 F_1 和 F_2 方向相反时, 两个力相互抵消, 产生的合力 F 沿着较大的那个分力的方向, 并且 F 的大小为 $|F_1 - F_2|$. 此时的 F 最小. 即合力 F 的范围是

$$|F_1 - F_2| \leq F \leq F_1 + F_2.$$

特别地, 如果 $F_1 = F_2$, 且它们的方向相反, 则这两个的合力为 0, 即它们是一对平衡力.

观察图 3.2a, 如果把 F_2 平移到平行四边形右侧虚线的位置, 让 F_2 与 F_1 首尾相接, 则合力 F 的矢量箭头从 F_1 的起点指向 F_2 的终点, 它们正好构成一个封闭的三角形 (图 3.2b). 像这样, 把两个矢量首尾相接从而求出合矢量, 这个规律叫作**三角形定则**.

三角形定则是平行四边形定则的简化, 它们本质上是一样的. 实际使用时, 三角形定则可以省去平行四边形的那两条虚线, 绘制起来更简单也更直观.

根据三角形定则可以直观地看到, 两个力的大小不变时, 其合力随着它们夹角的增大而减小, 这与前面通过平行四边形定则得出的结论是一致的.

3.3.3 矢量和标量

力的合成, 可以认为是力的相加. 二力相加时, 不能简单地把两个力的大小相加, 而应按平行四边形定则来确定合力的大小和方向.

位移的合成也遵循一样的规律. 考虑一个人先从 A 点走到 B 点, 其位移为矢量 AB , 又拐弯从 B 点走到了 C 点, 其位移为矢量 BC . 显然这个人的合位移是由三角形定则所确定的矢量 AC .

像这样, 既有大小又有方向, 相加时遵从平行四边形定则 (或三角形定则) 的物理量叫作**矢量**. 只有大小, 没有方向, 相加时遵从算术法则的物理量叫作**标量**.

区分矢量与标量, 关键就在于看这个物理量的合成遵循平行四边形定则还是算术法则. 除了力和位移以外, 速度, 加速度都是矢量. 质量, 路程, 功, 电流等都是标量.

3.4 共点力的平衡

3.4.1 共点力平衡的条件

物体受到几个力作用时, 如果保持静止或匀速直线运动状态, 我们就说这个物体处于平衡状态.

受共点力作用的物体, 在什么条件下才能保持平衡呢?

先考虑二力平衡的情形. 作用在同一物体上的两个力, 如果大小相等, 方向相反, 并且在同一条直线上, 则这两个力平衡. 二力平衡时物体所受的合力为 0.

如果物体受到多个共点力作用, 我们可以逐步通过力的合成, 最终等效为两个力的作用. 如果这两个力的合力为 0, 则意味着所有力的合力等于 0, 物体将处于平衡状态. 因此, 在共点力作用下物体平衡的条件是合力为 0, 我们把它称为共点力平衡的条件.

3.4.2 力的三角形

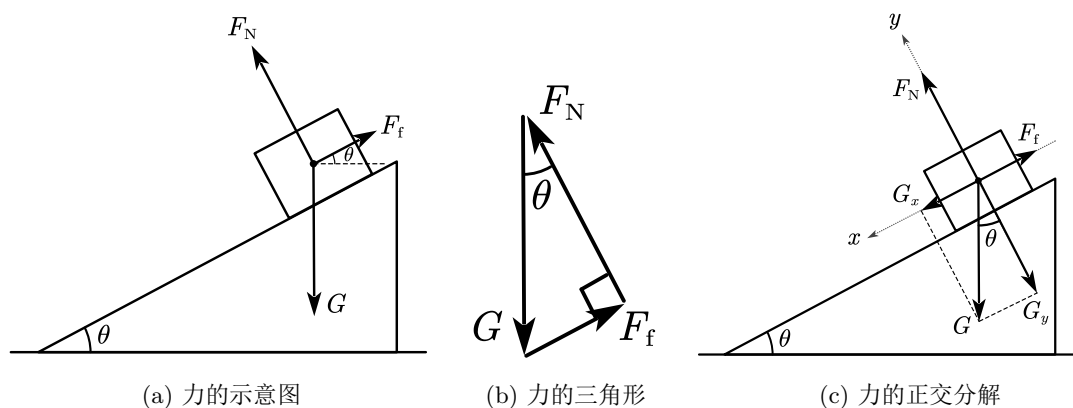


图 3.3: 斜面上的物体受力示意图

在共点力的平衡问题中, 三个力的平衡问题是最基础的. 相互平衡的三个力, 它们的大小和方向之间有什么关系呢?

回看图 3.2b, F 是 F_1 与 F_2 的合力. 由共点力平衡的条件知道, 如果我们要找一个力 F' 与 F_1 及 F_2 平衡, 就是要 F' 和 F 平衡. 根据二力平衡的知识, F' 和 F 大小相等, 方向相反, 画出来就是一条与 F 重合, 但箭头指向相反的矢量. 如图 3.4, F_1 , F_2 和 F' 是相互平衡的三个共点力.

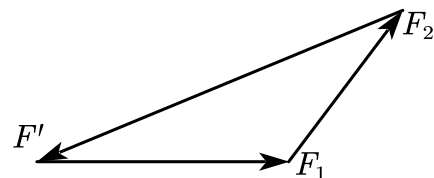


图 3.4: 力的三角形

观察图 3.4 可以发现, F_1 , F_2 和 F' 这三个力的矢量首尾相接. 可见, 物体受三个共点力作用而平衡时, 这三个力的矢量箭头首尾相接, 构成一个闭合的三角形. 我们把它叫作力的三角形或者矢量三角形.

可以这样描述三力平衡的条件: 物体在三个共点力的作用下平衡, 其中任何一个力与另外两个力的合力大小相等, 方向相反; 并且这三个力的矢量可以构成一个闭合的三角形.

通过力的三角形, 我们可以把复杂的平衡问题转化为几何问题来处理.

回顾 3.2.3 节的例子, 静止在粗糙斜面上的木块受到重力 G , 弹力 F_N 和摩擦力 F_f 而静止, 如图 3.3a 所示. 我们可以把这三个力的矢量首尾相接, 画出力的三角形, 如图 3.3b 所示.

根据几何关系, 可以看出 G , F_f 和 F_N 的关系是

$$F_f = G \sin \theta, \quad F_N = G \cos \theta.$$

这样, 如果我们知道木块的质量 m , 及当地的重力加速度 g , 就可以解出木块受到的摩擦力和弹力了.

3.4.3 力的正交分解

力的三角形从力的合成的角度来处理共点力的平衡问题, 在分析三力平衡时非常方便, 但分析多个力的平衡时就不适用了. 有没有通用的方法来处理共点力的平衡问题呢?

我们从力的分解的角度, 介绍另外一种处理方法. 仍以粗糙斜面上静止的木块为例. 在图 3.3c 中, 沿平行和垂直于斜面的两个方向建立直角坐标系, 把重力 G 沿两个坐标轴的方向分解为 G_x 和 G_y . 这种分解方法称为正交分

解*.

设斜面倾角为 θ , 根据几何关系, G_y 与 G 的夹角也为 θ , 于是 G_x, G_y 与 G 的关系为

$$G_x = G \sin \theta, \quad G_y = G \cos \theta.$$

根据共点力平衡的知识可知

$$F_f = G_x = G \sin \theta, \quad F_N = G_y = G \cos \theta.$$

当然, 这与我们之前得到的结果一致.

正交分解方法非常强大, 因为它属于一种“通法”. 通过把各个方向的力分解到 x 轴和 y 轴两个方向上, 无论物体受多少个力而平衡, 我们都可以找到各个力之间的关系.

*“正交”是垂直的意思. 通过建立直角坐标系来进行力的分解, 就叫作正交分解.

第四章 运动与力的关系

4.1 牛顿第一定律

4.1.1 伽利略的理想实验

长期以来, 在研究物体运动原因的过程中, 人们的经验是: 要使一个物体运动, 必须推它或拉它. 由这一现象, 亚里士多德得出结论: 必须有力作用在物体上, 物体才能运动; 没有力的作用, 物体就要静止在某个地方. 这个“错案”维持了很久. 直至近四百年前, 伽利略才推翻了这个结论.

现实中, 当一个球沿斜面向下滚时, 它的速度增大; 而向上滚时, 它的速度减小. 伽利略认为, 当球沿水平面滚动时, 它的速度应不增不减. 然而, 实际情况却是, 即使沿水平面滚动, 球也会越滚越慢, 最后停了下来. 伽利略认为, 这并非是它的“自然本性”, 而是由于摩擦阻力的缘故.

于是他推断: 若没有摩擦, 球将永远运动下去.

为了阐明自己的观点, 伽利略设计了一个实验: 让一个小球沿斜面从静止状态开始运动, 小球将冲上另一个斜面. 如果没有摩擦, 小球将到达原来的高度. 如果第二个斜面倾角减小, 小球仍将到达原来的高度, 但是运动的距离更长. 由此可以推断, 当斜面最终变为水平面时, 小球要到达原有高度将永远运动下去 (图 4.1). 这说明, 力不是维持物体运动的原因.

我们知道, 阻力不可能完全消除, 第二个斜面也不可能做得无限长, 所以, 伽利略的实验是一个“理想实验”. 虽然这个实验无法实现, 但是, 伽利略在实验基础上进一步推理的方法, 帮助我们找到了解决运动和力的关系问题的方法.

伽利略同时代的法国科学家笛卡儿也研究了这个问题. 他认为, 如果运动中的物体没有受到力的作用, 它将继续以同一速度沿同一直线运动, 既不会停下来, 也不会偏离原来的方向. 他还认为, 这应该成为一个原理, 是人类整个自然观的基石.



图 4.1: 伽利略的理想实验

4.1.2 牛顿第一定律

在伽利略和笛卡儿工作的基础上,在隔了一代人以后,英国科学家牛顿提出了动力学的一条基本定律:一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态,除非作用在它上面的力*迫使它改变这种状态.这就是牛顿第一定律.物体这种保持原来匀速直线运动状态或静止状态的性质叫作惯性.牛顿第一定律也叫作惯性定律.

任何物体都和周围的物体有相互作用,所以,牛顿第一定律所描述的状态是一种理想状态.它是利用逻辑思维进行分析的产物,不可能用实验直接验证.

牛顿第一定律揭示了运动和力的关系:力不是维持物体运动状态*的原因,而是改变物体运动状态的原因.

4.1.3 惯性与质量

我们在改变物体运动状态时,会感受到物体惯性大小的不同.例如,以相同的方式抛掷质量不同的两个石块,让它们获得同样的速度,质量大的石块需要的力大.

大量事例说明,不同质量的物体,惯性的大小是不一样的.也就是说,不同物体维持其原有运动状态的能力不同,质量大的物体惯性大.描述物体惯性的物理量是它的质量.

质量只有大小,没有方向,是标量.在国际单位制中,质量的单位是千克,符号为 kg.*

4.2 牛顿第二定律

由前面的学习我们知道,力是改变物体运动状态的原因,质量大的物体运动状态不容易改变.这说明,加速度与力和质量之间必然存在一定的关系.

大量实验证明,在我们常见的环境中,当物体的质量不变时,其加速度与它受到的作用力成正比,即

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \dots$$

不同物体所受合外力不变时,其加速度与质量成反比,即

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 = m_3 a_3 = \dots$$

综合以上两个结论可以得到:物体加速度的大小跟它受到的作用力成正比,跟它的质量成反比,加速度的方向跟作用力的方向相同.这就是牛顿第二定律.

*无论是亚里士多德,还是伽利略和笛卡儿,都没有提出力的概念.牛顿的高明之处在于,他将物体间复杂多样的相互作用抽象为“力”.本书为了表述方便,在陈述亚里士多德等人的思想时,借用力的概念.

*如果一个物体由静止变为运动或由运动变为静止,我们说它的运动状态发生了改变;如果一个物体的速度大小或方向改变了,我们也说它的运动状态发生了改变.

*这里我们把质量定义为描述物体惯性的物理量,称为惯性质量.其实,物体还有另外一个“质量”,它描述物体受引力作用的本领,称为引力质量.实际上,任何物体都具有吸引其他物体的性质(在第八章中会有介绍),引力质量是物体这种性质的量度.由于地球的引力质量很大,所以地球能够吸引其表面的物体,这就是重力.惯性质量和引力质量是两个不同的物理量.但日常经验表明,物体越重,要改变它的运动状态就越难,也就是说,物体的惯性质量和引力质量成严格的正比例关系.假如我们选择适当的单位,就可以使物体的引力质量的数值等于它的惯性质量的数值.因此,我们就不再区分惯性质量和引力质量,而把它们统称为“质量”.

如果质量为 m 物体在力 F 的作用下而运动, 产生的加速度为 a , 则牛顿第二定律表述为

$$a \propto \frac{F}{m}.$$

也可以写成等式

$$F = kma. \quad (4.1)$$

其中 k 是比例系数. F 和 a 是矢量, 它们的方向相同.

力的单位就是根据牛顿第二定律来规定的.

取式 (4.1) 中的 $k = 1$, 则 1 kg 的某个物体要获得 1 m/s^2 的加速度, 作用在它上面的力就是

$$F = ma = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

如果我们把这个力作为“一个单位”的力的话, 力 F 的单位就是千克米每二次方秒. 后人为了纪念牛顿, 把这个单位称作“牛顿”, 用符号 N 表示, 即

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

在质量的单位取千克 (kg), 加速度的单位取米每二次方秒 (m/s^2), 力的单位取牛顿 (N) 时, 牛顿第二定律可以表述为

$$\boxed{F = ma.} \quad (4.2)$$

牛顿第二定律表明, 力与加速度总是同时出现, 同时消失; 力不变则加速度也不变, 力随时间改变, 加速度也随时间改变; 力为 0 则加速度为 0, 这时物体将保持静止或匀速直线运动状态.

通过牛顿第二定律, 我们还能更进一步理解, 描述物体惯性的物理量是质量的含义. 即在确定的作用力下, 决定物体运动状态变化难易程度的因素是物体的质量. 例如, 赛车要求能在尽可能短的时间内达到最大速度, 即要有尽可能大的加速度, 除了装备功率很大的发动机外, 在设计时还要考虑选用轻型材料, 以使赛车的质量尽可能小.

重力的表达式*

$$G = mg$$

其实也符合牛顿第二定律. 它表示: 物体在只在重力作用下自由下落, 其加速度恒定不变, 为重力加速度 g . 初中学习重力时, 我们把 g 看作是 G 与 m 的正比例系数, 所以说它的单位是 N/kg ; 现在我们从牛顿第二定律的角度来重新定义力, 把 g 看成加速度, g 的单位就是 m/s^2 , 所以说

$$1 \text{ N/m} = 1 \text{ m/s}^2.$$

4.3 力学单位制

物理学中, 有些物理量的单位是基本的, 而有些则是导出的. 例如, 位移的单位是米 (m), 时间的单位是秒 (s), 由速度定义式导出的速度单位是米每秒 (m/s), 由加速度定义式导出的加速度单位是米每二次方秒 (m/s^2). 再如,

*在书写牛顿第二定律的表达式时, mg 和 ma 具有相似的形式, 运算时可以进行合并. 因此, 为了方便, 我们以后大多直接用 mg 来表示物体受到的重力, 而不再写出 $G = mg$.

在牛顿第二定律中,质量的单位是千克 (kg),由 $F = ma$ 导出的力单位是千克米每二次方秒 ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$),即牛顿 (N).

在物理学中,只要选定几个物理量的单位,就能够利用物理量之间的关系推导出其他物理量的单位.这些被选定的物理量叫作**基本量**,它们相应的单位叫作**基本单位**.由基本量根据物理关系推导出来的其他物理量叫作**导出量**,推导出来的相应单位叫作**导出单位**.

为了促进科技交流与贸易往来等,不同地域的人们逐渐将各自的单位规定进行统一.1960年,第11届国际计量大会通过了**国际单位制 (简称 SI)***,并很快被世界上大多数国家采用.在国际单位制中,与力学有关的基本单位有米 (m),千克 (kg) 和秒 (s),而速度,加速度,力等物理量的单位皆为导出单位.

4.4 超重和失重

质量的测量

实验室中称量药品的质量时,我们通常使用托盘天平.利用质量相等的物体受到的重力相等,天平可以直接读出物体的质量.无论在赤道附近还是两极附近,甚至是在其他星球,天平测出的物体质量都是准确的.

人体的质量通常叫作体重.在测量体重时,我们一般使用电子体重计.站在体重计上并保持静止,此时人受到的重力等于体重计对人的支持力;根据牛顿第三定律,体重计对人的支持力又等于人对体重计的压力.

电子体重计测量人对体重计的压力,再根据 $G = mg$ 换算出人的体重 (质量).^{*}因此,电子体重计实际测量的并不是人的质量,而是人受到的重力.这导致在赤道测量的值会略小,在两极测量的值会略大.

超重和失重

站在体重计上向下蹲,你会发现,在下蹲的过程中,体重计的示数先变小,后变大,再变小.当人静止后,保持某一数值不变.为什么会这样呢?

选取人为研究对象.人体受到重力 mg 和体重计对人的支持力 F_N ,这两个力的共同作用使人在下蹲的过程中,先后经历加速,减速和静止三个阶段.

设竖直向下方向为坐标轴正方向.

人加速向下运动的过程中 (图 4.2a),根据牛顿第二定律,有

$$mg - F_N = ma.$$

由此可得 $F_N = m(g - a) < mg$.即体重计的示数小于人所受的重力.

物体对支持物的压力 (或对悬挂物的拉力) 小于物体所受重力的现象,叫作**失重现象**.

特别地,如果人在加速下降的过程中加速度 $a = g$,即自由下落,那么

$$mg - F_N = mg.$$

^{*}在国际单位制中,长度,质量,时间,电流,热力学温度,物质的量,发光强度这几个物理量被规定为基本物理量,它们的单位分别为米 (m),千克 (kg),秒 (s),安培 (A),开尔文 (K),摩尔 (mol),坎德拉 (cd).

^{*}体重计的 g 通常设定为 9.81 m/s^2 .

由此可得 $F_N = 0$, 体重计的示数将为 0. 这时物体对支持物 (或悬挂物) 完全没有作用力, 这种现象叫作**完全失重**.

同理, 人减速向下运动的过程中 (图 4.2b), 加速度方向与运动方向相反, 有

$$mg - F_N = -ma.$$

由此可得 $F_N = m(g + a) > mg$. 此时, 体重计的示数大于人所受的重力.

物体对支持物的压力 (或对悬挂物的拉力) 大于物体所受重力的现象, 叫作**超重**现象.

当人相对于体重计静止不动时, 有

$$F_N = mg.$$

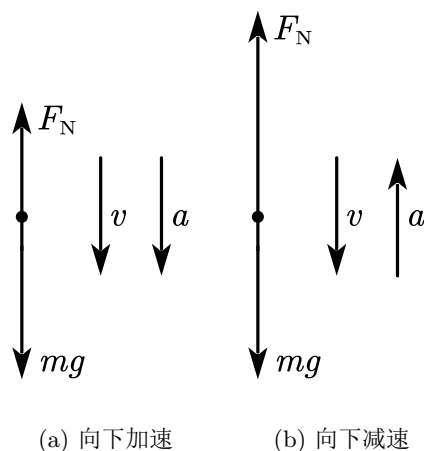


图 4.2: 下蹲的加速阶段和减速阶段

例 1 设某人的质量为 60 kg, 站在电梯内的水平地板上, 当电梯以 0.25 m/s^2 的加速度匀加速上升时, 求人对电梯的压力. 取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$.

解 设竖直向上方向为坐标轴正方向. 则加速度 a 沿正方向.

根据牛顿第二定律, 有

$$F_N - mg = ma.$$

从而

$$F_N = m(g + a) = 60 \times (10 + 0.25) \text{ N} = 615 \text{ N}.$$

根据牛顿第三定律, 人对电梯地板的压力 F'_N 为

$$F'_N = -F_N = -615 \text{ N}.$$

人对电梯的压力大小为 615 N, 方向竖直向下.

例 1 的结果说明, 当人与电梯共同向上加速或向下减速运动时*, 即加速度的方向向上时, $F'_N > G$, 人对电梯的

* 牛顿第二定律的表达式无关于物体的运动状态. 虽然例 1 只讨论了加速上升的情况, 但无论加速上升还是减速下降, 其加速度都是向上的, 因此具有相同的结论.

压力大于人所受的重力, 出现超重现象.

同理, 当电梯加速下降或者减速上升时, 即加速度的方向向下时, $F_N' < G$, 人对电梯的压力小于人所受的重力, 出现失重现象.

视重

物体与支持物相对静止, 并且不受地球和支持物以外其他作用时, 支持物对物体的作用力称为视重. 前面我们说的超重, 失重和完全失重, 分别对应视重大于重力, 视重小于重力和视重为 0.

物体内部各部分之间的相互作用情况是由视重直接决定的.

静止在地面上的物体, 它的视重等于弹簧秤测得的重力 G . 一杯水静止在水平面上有视重, 这时杯子与支持面之间有压力, 压力的大小就是视重的大小. 水的内部也有压强, 在压强的作用下水稍有压缩. 如果这杯水随支持物做自由落体运动, 这时视重就为 0. 这时杯子与支持物之间的压力消失, 水内部的压强也消失, 水不再被压缩. 虽然重力仍然存在, 但由于视重的消失, 物体内部的相互挤压作用便不再存在.

人站在地上不动时, 由于视重的存在, 不仅脚底与地板之间有相互作用力, 人体内部各部分之间也存在相互作用力, 如腿骨被挤压, 各种内部器官相互挤压; 血管中的血液除了受由于心脏的工作而产生的压强以外, 还受由于视重的存在而产生的压强, 即液体压强 ρgh . 人已经习惯于这种相互作用情况. 蹦极时人做自由落体运动, 随着视重的消失, 由于视重存在而产生的那一部分相互作用力将随之消失, 人体将感到不适. 假设人相对静止于一个加速度向上的加速系统中, 随着视重增大, 由视重存在而产生的那一部分相互作用力将随之增大, 人体也将感到不适.

乘坐过山车加速下落时会有很强的失重感. 为了乘客的健康, 国标规定过山车的下落加速度不能超过 $6g$. 一般过山车的下落加速度在 $4g$ 左右, 根据牛顿第二定律, 此时

$$F_N = m(g - a) = -3mg.$$

即座位靠背和安全杆对人向下的作用力为 $3mg$. 如果没有座位靠背和安全杆的作用, 人很容易从座位上飞出去.

第五章 运动的合成与分解

5.1 曲线运动

到目前为止,我们只研究了物体沿着一条直线的运动.实际上,自然界中的曲线运动是很常见的:抛出的篮球,绕太阳公转的地球,它们的轨迹都是曲线.

运动轨迹是曲线的运动叫作**曲线运动**.从现在开始,我们把目光转向抛体运动,圆周运动,以及更一般的曲线运动.

做曲线运动的物体,其速度方向在不断变化,因此曲线运动是一种变速运动.由几何知识可知,质点在某一点的速度方向,沿曲线在这一点切线方向.

物体在什么条件下会做曲线运动呢?

一个钢球在水平面上做直线运动.从不同方向给它施加力,可以发现:当钢球受到的合力的方向与速度方向不在同一条直线上时,钢球做曲线运动.生活中也有大量类似的例子.例如,向斜上方抛出的石子,它所受重力的方向与速度的方向不在同一条直线上,石子做曲线运动.

理论和事实都表明,当物体所受合力的方向与速度的方向不在同一直线上时,物体做曲线运动.

根据牛顿第二定律,物体加速度的方向与它受力的方向总是一致的.当物体受力的方向与速度的方向不在同一直线上时,加速度的方向也就与速度的方向不在同一直线上了,于是物体的速度方向要发生变化,物体就做曲线运动.

如果物体受到的合力是恒力,根据牛顿第二定律,物体的加速度也是恒定的,所以物体的速度将随时间均匀变化.加速度恒定的曲线运动叫作**匀变速曲线运动**.

曲线运动具有下面几个特点:

1. 物体做曲线运动时,速度的方向时刻都在改变,所以物体的加速度一定不为0;但物体的速率可能改变,也可能不变.
2. 做曲线运动的物体,当合力方向与速度方向的夹角为锐角时,物体的速率将增大;当合力方向与速度方向的夹角为钝角时,物体的速率将减小.
3. 当物体的初速度与所受的合力不在一条直线上时,物体起初会向初速度的方向运动,但轨迹会向合力的方向逐渐偏移,形成曲线.需要注意的是,物体的运动方向永远不会和合力的方向平行,因此,物体做曲线运动的轨迹一定夹在合力方向与速度方向之间.

4. 做曲线运动的物体, 位移小于路程.

5.2 运动的合成与分解

小船过河的运动

若小船在河中始终保持船头朝正前方驶向对岸, 你认为小船会在对岸的正前方到达, 还是会偏向上游或下游? 要想定量的研究小船的运动, 就要建立坐标系, 具体分析.

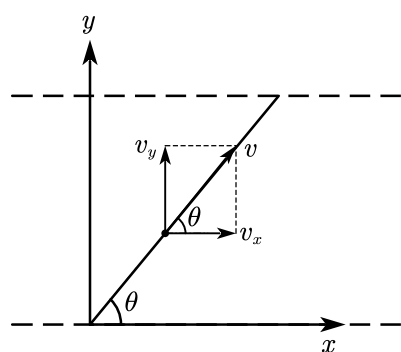


图 5.1: 小船过河的运动

坐标系的选取 首先, 坐标系的选取很重要. 例如, 对于直线运动, 最好沿着这条直线建立一维坐标系. 研究物体在平面内的运动时, 可以选择平面直角坐标系. 如果是一艘潜水艇在水中运动, 在运动过程中有下潜和上浮, 那么我们可以选择空间直角坐标系.

我们不考虑小船的下潜和上浮, 所以只需建立平面直角坐标系. 以小船开始运动的位置为原点 O , 垂直于河岸向前的方向为 y 轴方向, 水流的方向为 x 轴方向, 建立直角坐标系 (图 5.1).

小船运动的轨迹 要确定小船运动的轨迹, 首先要确定任意时刻小船的位置. 我们设法写出小船的坐标随时间变化的关系式. 小船 x 坐标的值等于它与 y 轴的距离, y 坐标的值等于它与 x 轴的距离. 若以 v_x 表示水流向右迁移的速度, 以 v_y 表示小船向前航行的速度, 则有

$$x = v_x t, \quad y = v_y t.$$

小船沿着什么样的轨迹运动? 在数学中, 包含 x 与 y 的关系式可以描述一条曲线 (包括直线). 我们从上面两个式子中消去 t , 就可以得到

$$y = \frac{v_y}{v_x} x.$$

由于 v_x, v_y 都是常量, 所以上面关系式的图像是一条过原点的直线. 也就是说, 小船的运动轨迹是直线. 上式就称为小船的轨迹方程.

小船运动的速度 速度 v 与 v_x, v_y 的关系已在图 5.1 中形象地标出. 因此可以根据勾股定理写出它们的关系

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

根据三角函数的知识, 从图 5.1 中还可以确定速度 v 的方向, 即用速度矢量 v 与 x 轴正方向的夹角 θ 来表示. 它的正切为

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}.$$

运动的合成与分解

在前面的例子中, 我们看到小船向右前方的运动可以看成由垂直于河岸向前的运动, 和随着水流向右的运动共同构成. 小船垂直于河岸向前的运动, 和它随着水流向右的运动, 都叫作分运动; 而小船相对于地面向右前方的运动叫作合运动.

一般地说, 一个运动可以看成几个运动的合成或叠加, 这几个运动是同时进行的, 且它们互不干扰. 这个规律叫作运动的叠加原理. 这几个运动都叫作该物体实际运动的分运动, 该物体的实际运动叫作这几个运动的合运动.

由分运动求合运动的过程, 叫作运动的合成; 由合运动求分运动的过程, 叫作运动的分解. 运动的合成与分解遵从矢量运算法则.

合运动类型的判断

通过前面的例子, 我们已经知道, 两个相互垂直的匀速直线运动的合成, 仍是匀速直线运动. 下面我们来了解一些其他运动的合成.

1. 两个匀速直线运动的合运动是匀速直线运动;
2. 一个匀速直线运动和一个匀加速直线运动做合成, 当这两个分运动共线时, 合运动是匀变速直线运动; 当这两个分运动不共线时, 合运动是匀变速曲线运动.
3. 两个匀变速直线运动的合运动, 可能是匀变速直线运动, 也可能是匀变速曲线运动.

事实上, 当这两个分运动的速度 v_1, v_2 , 加速度 a_1, a_2 对应成比例时, 即满足

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

时, 物体做匀变速直线运动; 否则, 物体做匀变速曲线运动.

这些结论都是比较符合直觉的, 我们略去证明.

5.3 应用: 小船过河问题

在上一节中, 我们简单分析了小船过河的运动, 现在我们来进一步研究小船过河的位移和所用的时间.

最短时间问题

小船过河的时间, 是由垂直于河岸的分运动决定的. 因此, 为使渡河时间最短, 应让小船垂直于河岸的分速度最大. 于是小船应该垂直于河岸行驶.

如图 5.2a, 河宽为 d , 小船在静水中的速度为 v_1 , 水流的速度恒为 v_2 , 它们的合速度为 v .

小船在静水中的速度 v_1 即为小船垂直于河岸的分速度, 此时的过河时间

$$t = \frac{d}{v_1}.$$

小船垂直于河岸的分运动与沿水流方向的分运动均为匀速直线运动, 我们知道, 小船的实际运动也是匀速直线

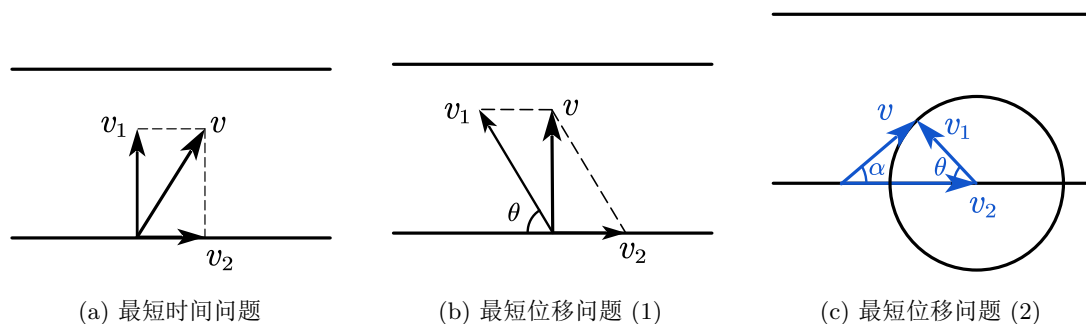


图 5.2: 小船过河问题

运动, 并且轨迹沿着物体的速度 v 的方向.

由于小船做匀速直线运动, 所以小船的位移是

$$l = vt = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} t = \frac{d\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}{v_1} = d\sqrt{1 + \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2}.$$

最短位移问题

因为在渡河时, 垂直于河岸方向的分位移恒为河宽 d , 所以要使渡河位移 l 最短, 只需控制平行于河岸方向的分位移最小.

若平行于河岸方向的分位移为 0, 即小船实际运动垂直于河岸, 则船速 v_1 在平行于河岸方向上的分矢量, 需要与水速 v_2 的大小相等, 方向相反. 因此, 应将船头偏向上游, 并与河岸成一定的角度 θ , 如图 5.2b 所示.

根据几何关系, 有

$$v_1 \cos \theta - v_2 = 0.$$

因为 $0 \leq \cos \theta \leq 1$, 所以只有在船速 v_1 大于水速 v_2 时, 小船的实际位移才有可能垂直于河岸. 因此, 需要分两种情况讨论.

(1) 当 $v_1 > v_2$ 时, 应使船速 v_1 与水速 v_2 的合速度 v 与河岸垂直, 如图 5.2b 所示. 此时船速 v_1 方向与河岸方向的夹角 θ 满足

$$\cos \theta = \frac{v_2}{v_1}.$$

最短位移 l 的大小就是河宽 d . 合速度的大小

$$v = v_1 \sin \theta.$$

对应的渡河时间

$$t = \frac{d}{v} = \frac{d}{v_1 \sin \theta}.$$

(2) 当 $v_1 < v_2$ 时, 由于水流的冲击, 小船是无法沿垂直于河岸的方向运动的. 此时合速度 v 指向下游, 与河岸的夹角为 α (图 5.2c). 由几何关系可知, 渡河位移

$$l = \frac{d}{\sin \alpha}.$$

显然, 当 $\alpha \leq \pi$ 时, l 随角 α 的增大而减小.

如图 5.2c 所示, 以水速矢量 v_2 的终点为圆心, 以船速矢量 v_1 的大小为半径作圆. 从水速矢量 v_2 的起点向圆作切线, 切点为合速度矢量 v 的终点. 显然, 沿此方向的航程是最短的.

由几何关系可知, 当位移最短时, 船速 v_1 方向与河岸方向的夹角 θ 满足

$$\cos \theta = \frac{v_1}{v_2}.$$

此时的位移

$$l = \frac{d}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{v_2}{v_1} d.$$

第六章 抛体运动

6.1 平抛运动

6.1.1 平抛运动的速度

以一定的速度将物体抛出, 在空气阻力可以忽略的情况下, 物体只受重力的作用, 这时的运动叫作**抛体运动**. 如果初速度是沿水平方向的, 这样的抛体运动就叫作**平抛运动**.

以初速度 v_0 沿水平方向抛出一质量为 m 的物体, 物体做平抛运动. 以物体抛出时的位置为原点 O , 建立直角坐标系. x 轴沿初速度的方向, y 轴竖直向下 (图 6.1).

由于物体只受到竖直向下的重力, 即在 x 方向不受力. 根据牛顿第二定律, 它在 x 方向的加速度为 0, 那么在整个运动过程中, 物体在水平方向上的速度 v_x 将保持初速度 v_0 不变, 与时间 t 无关, 即始终有

$$v_x = v_0.$$

在 y 方向上, 物体受到的重力等于 mg . 用 a 表示物体在 y 方向的加速度, 应用牛顿第二定律可得

$$mg = ma,$$

所以 $a = g$, 即物体在 y 方向的加速度为重力加速度.

物体的初速度沿 x 方向, 也就是说物体沿 y 方向的初速度为 0, 所以, 物体在 y 方向的分速度 v_y 与时间 t 的关系是

$$v_y = gt.$$

根据矢量运算法则, 由图 6.1 可知, 物体的速度 v 的大小可由勾股定理给出

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}. \quad (6.1)$$

而 v 的方向可以由图 6.1 中的夹角 θ 来表示. 根据几何关系

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}. \quad (6.2)$$

由上式可知, 随着物体的下落, 角 θ 从 0 开始变得越来越大. 角 θ 是物体的速度 v 随着运动的进行, 逐渐偏离 v_0 的方向而产生的夹角, 称为**速度的偏转角**, 简称**速度角**.

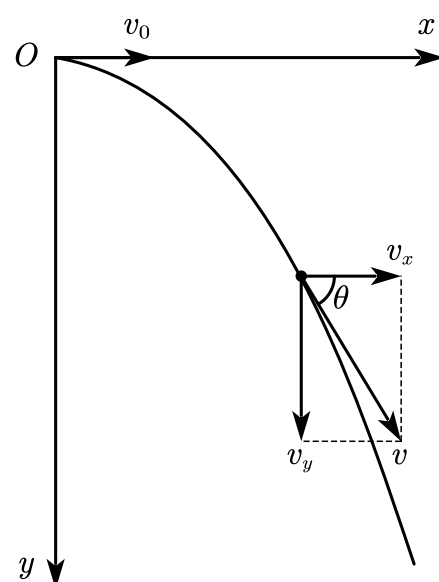


图 6.1: 平抛运动的速度

6.1.2 平抛运动的位移和轨迹

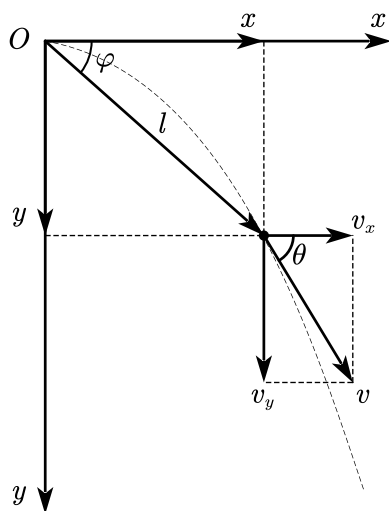


图 6.2: 平抛运动的位移

物体被抛出后, 其相对于原点 \$O\$ 的位移的大小和方向都在变化. 因此, 我们要分别研究它在水平和竖直两个方向的分位移 \$x\$ 和 \$y\$.

我们已经知道, 在 \$x\$ 方向上, 物体的速度恒为 \$v_0\$ 不变, 也就是说, 物体在 \$x\$ 方向做匀速直线运动. 根据匀速直线运动位移与时间的关系可知, 它的水平分位移 \$x\$ 与时间 \$t\$ 的关系为

$$x = v_0 t, \quad (6.3)$$

物体在 \$y\$ 方向上的分运动是初速度为 \$0\$, 加速度为 \$g\$ 的匀加速直线运动, 即自由落体运动. 由自由落体运动的知识可知, 物体的竖直分位移 \$y\$ 与时间 \$t\$ 的关系是

$$y = \frac{1}{2} g t^2, \quad (6.4)$$

物体的位置是由它的坐标 \$x, y\$ 描述的, 所以, (6.3) (6.4) 两式确定了物体在任意时刻 \$t\$ 的位置和位移.

我们当然也可以根据 (6.3) (6.4) 两式确定物体的位移大小

$$l = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(v_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2} g t^2\right)^2}.$$

而位移的方向可以由图 6.2 中的角 \$\varphi\$ 确定. 根据几何关系

$$\tan \varphi = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2} g t^2}{v_0 t} = \frac{g t}{2 v_0}. \quad (6.5)$$

由上式可知, 随着物体的下落, 角 \$\varphi\$ 从 \$0\$ 开始变得越来越大. 角 \$\varphi\$ 是物体的位移 \$l\$ 随着运动的进行, 逐渐偏离 \$x\$ 方向而产生的夹角, 称为位移的偏转角, 简称位移角.

对比 (6.2) 式与 (6.5) 式, 可以看出

$$\tan \theta = 2 \tan \varphi.$$

也就是说, 做平抛运动的物体, 其速度偏转角的正切值, 总是等于位移偏转角的正切值的两倍. 这是平抛运动的一个重要结论, 称为平抛运动的偏转角规律.

物体的位置和位移可以由 \$x, y\$ 确定, 物体的轨迹方程也可以由 \$x, y\$ 确定. 联立 (6.3) (6.4), 消去时间 \$t\$, 得到

$$y = \frac{g}{2 v_0^2} x^2. \quad (6.6)$$

(6.6) 式叫作平抛运动的轨迹方程. 在这个式子中, 重力加速度 \$g\$, 物体的初速度 \$v_0\$ 都是常量, 与 \$x, y\$ 无关. 也就是说, (6.6) 式具有二次函数的形式, 它的图像是一条抛物线.

例 1 求证: 做平抛运动的物体, 在任意时刻速度 \$v\$ 的反向延长线, 总是通过此刻水平位移的中点.

已知 如图 6.3 所示, 做平抛运动的物体运动到 P 点时, 其速度为 v , 位移为 OP , 水平位移为 OA . PM 是 v 的反向延长线.

求证 M 是 OA 的中点.

证明 设速度的偏转角为 θ , 位移的偏转角为 φ . 由图可知, $\angle AMP = \theta$, $\angle AOP = \varphi$. 所以

$$\tan \theta = \frac{AP}{AM}, \quad \tan \varphi = \frac{AP}{AO}.$$

利用平抛运动的偏转角规律, 有

$$\tan \theta = 2 \tan \varphi.$$

所以 $AO = 2AM$, 即 M 是 OA 的中点.

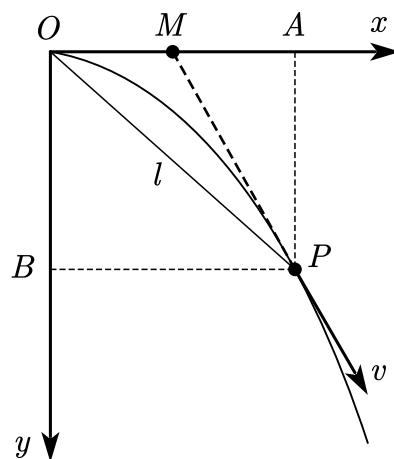


图 6.3: 例 1 题图

例 1 给出了平抛运动的另一条重要结论, 它是平抛运动的偏转角规律的推论. 通过几何关系解决问题时, 使用这个推论往往会简化许多计算量.

6.1.3 物理量的求解思路

在求解平抛运动的相关物理量时, 确定哪些量已知很重要. 我们要选择一个方程作为主方程, 这个方程中有一个量是我们待求的, 其余的量都是已知的, 或者是通过其他辅助方程可求的. 下面我们就来举几个例子, 顺便对平抛运动的规律作进一步分析.

以速度 v_0 从高度 h 处水平抛出一物体, 该物体在竖直方向上做自由落体运动, 根据匀变速直线运动位移 h 与时间 t 的关系 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 可知, 物体做平抛运动的运动时间

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (6.7)$$

上式告诉我们, 物体做平抛运动的飞行时间取决于下落的高度*. 上式也可以表示为

$$t \propto \sqrt{h}.$$

把 (6.7) 代入 (6.3), 我们就得到物体做平抛运动的水平位移

$$x = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

上式告诉我们, 物体做平抛运动的水平位移与初速度和下落高度均有关*.

由于物体在竖直方向上做自由落体运动, 根据匀变速直线运动速度 v_y 与位移 h 的关系 $v_y^2 = 2gh$, 结合 (6.1) 式可以得到, 物体做平抛运动的落地速度

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

*在这个推导中, 我们选择了 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 作为主方程. 主方程中有 h 和 t 两个物理量, 其中 h 是已知的, 我们从中解出了 t .

*在这个推导中, 可以看出我们选 $x = v_0 t$ 作为主方程. 主方程中有三个物理量, 其中 x 是待求的, v_0 是已知的, t 是通过辅助方程 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 求得的.

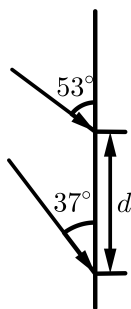


图 6.4: 例 3 题图

上式告诉我们, 物体做平抛运动的落地速度与初速度和下落高度均有关.*

下面的这道例题展示了如何利用上面的结论解题.

例 2 把一个小球从离地 $h = 5 \text{ m}$ 高度处, 以 $v_0 = 10 \text{ m/s}$ 的初速度水平抛出, 不计空气阻力, 取 $g = 10 \text{ m/s}^2$. 求:

- (1) 小球在空中飞行的时间;
- (2) 小球落地点距离抛出点的水平距离;
- (3) 小球落地时的速度大小.

解 (1) 由题意可知, 小球做平抛运动, 其竖直方向的分运动是自由落体. 根据匀变速直线运动位移 h 与时间 t 的关系有

$$h = \frac{1}{2}gt^2,$$

所以小球在空中飞行的时间

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{10}} \text{ s} = 1 \text{ s}.$$

- (2) 小球的水平位移

$$x = v_0 t = 10 \times 1 \text{ m} = 10 \text{ m}.$$

- (3) 小球落地时的竖直分速度

$$v_y = gt = 10 \text{ m/s}.$$

所以落地时的速度

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

本节的这些结论并不能在考试的解答中直接使用, 但可以让我们明确主方程的选定.

例 3 如图 6.4, 竖直墙壁上落有两只飞镖, 它们是从同一位置水平射出的. 飞镖 A 在飞镖 B 的上方, 两者间的距离为 d . 飞镖 A 与竖直墙壁成 53° 角, 飞镖 B 与竖直墙壁成 37° 角, 假设飞镖的运动是平抛运动, 求射出点与墙壁间的水平距离. (已知 $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)

*在这个推导中, (6.1) 式是主方程, $v_y^2 = 2gh$ 是辅助方程.

解 平抛运动的竖直分运动是自由落体, 对于一个飞镖来说, 它的竖直位移 y 与时间 t 的关系是

$$y = \frac{1}{2}gt^2. \quad (\text{i})$$

题目中所给的距离 d , 就是两个飞镖的竖直位移差, 我们需要分别求出这两个飞镖的竖直位移. 由于 (i) 式中的 t^2 是未知的, 我们接下来要把它代换为已知量.

飞镖与竖直墙壁的夹角 θ , 实际上就是末速度与竖直方向的夹角, 即末速度与初速度夹角的余角. 对于一个飞镖来说, 设它的初速度为 v_0 , 则

$$\tan \theta = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{gt}. \quad (\text{ii})$$

平抛运动的水平分运动是匀速直线运动, 对于一个飞镖来说, 它的水平位移 x 和时间 t 的关系是

$$x = v_0 t. \quad (\text{iii})$$

(ii) 式中的 t 在分母上, (iii) 式中的 t 在分子上, 将它们联立, 刚好可以求出

$$t^2 = \frac{x}{g \tan \theta}. \quad (\text{iv})$$

把 (iv) 式代入 (i) 式中, 得

$$y = \frac{1}{2}g \cdot \frac{x}{g \tan \theta} = \frac{x}{2 \tan \theta}. \quad (\text{v})$$

根据 (v) 式, 依题意有

$$\frac{x}{2 \tan 37^\circ} - \frac{x}{2 \tan 53^\circ} = d, \quad (\text{vi})$$

解得 $x = \frac{24}{7}d$.

因此, 射出点与墙壁间的水平距离为 $\frac{24}{7}d$.

6.2 起落于斜面的平抛运动

在一个斜面上以不同的速度 (使物体均落于斜面) 分别水平抛出两个相同物体, 哪个物体先落到斜面上呢?

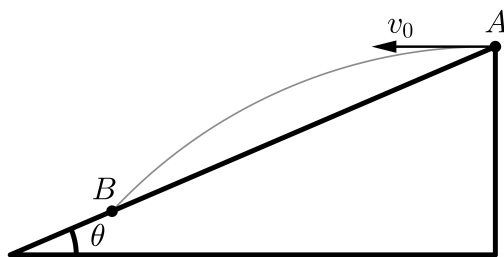


图 6.5: 起落于斜面的平抛运动

我们先研究抛出一个物体的情况.

如图 6.5, 以速度 v_0 从斜面上 A 点处水平抛出一物体, 该物体做平抛运动. 在保证其落于斜面且不发生反弹的前提下, 水平分位移 x 与竖直分位移 y 的关系是

$$\frac{y}{x} = \tan \theta.$$

所以

$$\tan \theta = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} = \frac{gt}{2v_0}.$$

从中解出物体在斜面上的运动时间

$$t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g}. \quad (6.8)$$

在斜面倾角固定的情况下, 上式中的 $\tan \theta$ 以及重力加速度 g 都是定值. 这就是说, 物体在做起落于斜面上的平抛运动时, 从抛出至落在斜面上的时间与物体的初速度成正比, 即

$$t \propto v_0.$$

有了运动时间, 根据匀速直线运动位移 x 与时间 t 的关系, 代入 (6.8) 式, 就可以得到物体在斜面上的水平位移

$$x = v_0 t = v_0 \cdot \frac{2v_0 \tan \theta}{g} = \frac{2v_0^2 \tan \theta}{g}.$$

再根据几何关系, 容易得到合位移

$$l = \frac{2v_0^2 \sin \theta}{g \cos^2 \theta}.$$

这就是说, 物体在做起落于斜面上的平抛运动时, 其位移与物体的初速度的二次方成正比, 即

$$l \propto v_0^2.$$

最后来研究物体的末速度. 末速度的大小是容易求出的, 并且有 $v \propto v_0$. 我们重点研究末速度的方向. 设物体落在斜面上时的速度 v (水平分量 v_x , 竖直分量 v_y) 与初速度 v_0 的夹角为 θ_v , 则有 $\tan \theta_v = \frac{v_y}{v_x}$. 根据平抛运动的运动规律, $v_x = v_0$, $v_y = gt$, 代入 (6.8) 式, 得 $v_y = 2v_0 \tan \theta$, 所以

$$\tan \theta_v = \frac{2v_0 \tan \theta}{v_0} = 2 \tan \theta.$$

这就表明, 物体在做起落于斜面上的平抛运动时, 末速度的方向只与斜面倾角有关, 与初速度无关. 这符合平抛运动的偏转角规律.

6.3 斜抛运动

将物体用一定的初速度向斜上方抛出去, 这样的抛体运动叫作斜抛运动. 投出的标枪和手榴弹, 向斜上方射出的子弹和炮弹, 它们的运动都是斜抛运动. 在斜抛运动中, 物体由于受到跟速度成角度的重力, 所以做曲线运动. 做斜抛运动的物体先是沿着曲线上升, 升到一个最高点, 然后再沿着曲线下降. 下面我们来具体研究斜抛物体的运动情况.

以初速度 v_0 , 沿着与水平方向成 θ 角的斜上方, 抛出一个质量为 m 的物体. 以物体抛出时的位置为原点 O , 建立直角坐标系. x 轴沿水平方向, 与 v_0 共面且成锐角, y 轴竖直向上*.

*这里与研究平抛运动时不同. 因为平抛运动沿水平方向, 以竖直向下为 y 轴的正方向更便于表示位移; 而对于斜抛运动, 物体初速度在竖直方向的分速度向上, 所以我们更倾向以竖直向上为 y 轴的正方向.

我们把 v_0 分解为水平方向的分速度 $v_{0x} = v_0 \cos \theta$ 和竖直方向的分速度 $v_{0y} = v_0 \sin \theta$. 这样, 斜抛运动可以看作是下面两个分运动的合运动: 一个是水平方向的匀速直线运动, 速度为 v_{0x} , 即

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta;$$

另一个是竖直上抛运动, 其速度 v_y 与时间 t 的关系是

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \theta - gt.$$

利用匀速直线运动和竖直上抛运动的知识, 物体的水平分位移 x 和竖直分位移 y 与时间 t 的关系可以分别表示出来

$$x = v_{0x}t = v_0t \cos \theta,$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0t \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2.$$

根据这两个公式求出任何时刻物体的位置, 用平滑曲线把这些位置连接起来, 就得到斜抛运动的轨迹; 或者把上面两个式子联立, 消去时间 t , 就得到斜抛运动的轨迹方程. 斜抛运动的轨迹也是一条抛物线.

竖直上抛运动和平抛运动都可以看作斜抛运动的特殊情况. 当抛射角 $\theta = 90^\circ$ 时, $v_{0x} = 0$, $v_{0y} = v_0$, 物体的运动就是竖直上抛运动; 当抛射角 $\theta = 0^\circ$ 时, $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$, 从某一高度抛出的物体的运动就是平抛运动.

第七章 圆周运动

7.1 圆周运动的描述

相互咬合的大,小两个齿轮,它们边缘上的点,哪个运动的速度更快?这个问题的答案可能会有争议,因为到现在为止,对圆周运动的快慢,还没有大家都认可的描述方法.接下来,我们引入圆周运动中的速度概念.

7.1.1 线速度 角速度

在圆周运动中,把物体运动沿着一段圆弧运动的瞬时速度叫作**线速度**,用符号 v 表示.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

其中 Δs 是弧长.线速度的方向为物体做圆周运动时该点的切线方向.应该注意的是,线速度描述的是物体在做圆周运动时某一时刻的瞬时速度,而不是平均速度.

如果物体沿着圆周运动,并且线速度的大小处处相等,这种运动叫作**匀速圆周运动**.应该指出的是,匀速圆周运动的线速度方向是在时刻变化的,因此它是一种变速运动,这里的“匀速”是指速率不变.

在圆周运动中,把物体在一段时间内转过的角度 $\Delta\theta$ 与所用时间 Δt 的比值叫作**角速度**^{*},用符号 ω 表示.一般说角速度,指的也是瞬时角速度,即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

在国际单位制中,角速度的单位是 rad/s 或 s^{-1} .

由于匀速圆周运动是线速度大小不变的运动,物体在相等时间内通过的弧长相等,所以物体在相等时间内转过的角度也相等.因此可以说,匀速圆周运动是角速度不变的圆周运动.

在 $\Delta\theta$ 以弧度为单位时,因为 $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$ (其中 s 为弧长, r 为圆周运动的半径),所以

$$v = \omega r.$$

这表明,在圆周运动中,线速度的大小等于角速度的大小与半径的乘积.

根据线速度与角速度的定义,容易知道:

1. 做圆周运动的物体上的各点角速度相同,线速度与各点相对于绕转中心的距离成正比,即 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}$.
2. 同轴转动的不同物体,它们上面的各点角速度相同,它们边缘上的点的线速度和物体的半径成正比,即 $\frac{v_1}{v_2} =$

^{*}角速度是有方向的,是个矢量.但在中学阶段我们不研究它的方向,只研究它的大小.因此可以认为它是个标量.

$$\frac{r_1}{r_2}$$

3. 用皮带或齿轮传动的两个物体, 它们边缘上的点线速度相同, 角速度和物体的半径成反比, 即 $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$.

回顾节前的问题. 相互咬合的大小齿轮, 如果看线速度, 它们边缘上的点一样快; 如果看角速度, 两个齿轮上的点不一样快, 小齿轮上的点角速度较大.

7.1.2 周期

做圆周运动的物体, 转过一周所用的时间叫作**周期**, 用符号 T 表示. 它的单位与时间的单位相同.

根据周期的定义, 可知角速度 ω 和周期 T 的关系为

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

线速度 v 和周期 T 的关系为

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

其中 r 是圆周运动的半径.

7.1.3 频率 转速

频率是指物体在单位时间内转过的圈数, 用符号 f 表示, 单位是赫兹 (Hz). 频率是周期的倒数, 即

$$f = \frac{1}{T}.$$

技术上常用**转速**这个概念. 转速也是指物体在单位时间内转过的圈数, 用符号 n 表示, 单位是转每秒. 转速在数值上等于频率.

7.1.4 向心力 向心加速度

做圆周运动的物体, 速度的方向时刻都在改变. 牛顿第一定律告诉我们, 物体在做圆周运动时, 一定受到一个外力, 迫使它的速度改变方向.

一个小球在细线的牵引下, 绕光滑桌面上的图钉做匀速圆周运动. 用剪刀将细线剪断, 发现小球向断裂瞬间细线指向的方向运动. 忽略小球运动时受到的阻力, 在桌面上做匀速圆周运动的小球所受的合力为细线的拉力, 拉力即使小球做圆周运动的力, 根据拉力的特点可以知道拉力的方向指向圆心.

大量实例都表明: **做匀速圆周运动的物体所受的合力总指向圆心**. 这个指向圆心的力就叫作**向心力**, 用符号 F_n 表示.

对于做匀速圆周运动的物体, 物体的速度大小不发生改变, 因此, 所受合力只改变速度的方向.

物体受到指向圆心的力, 是物体做圆周运动的原因. 精准的实验表明, 向心力的大小可以表示为

$$F_n = m \frac{v^2}{r},$$

或者

$$F_n = m\omega^2 r.$$

需要注意的是, 向心力属于效果力, 实际上就是物体所受力沿半径方向的分力. 如果在分析物体实际所受各力之后, 又另加一个向心力, 那就不对了.

在一根绳子的一端绑一个小沙袋, 另一端握在手中. 将手举过头顶, 使沙袋在水平面内做匀速圆周运动, 我们可以直观地感受到向心力. 由于绳子柔软的性质, 绳子的牵引沙袋的方向就是沙袋所受力的方向.

如果让沙袋加速转动, 可以发现, 绳子牵引沙袋的方向并不与沙袋运动的方向垂直, 也就是说, 沙袋加速时, 它所受的力并不严格指向轨迹的圆心.

我们可以将绳子对沙袋的拉力 F 分解为指向圆心的分力 F_n , 和与轨迹相切的分力 F_t . 由几何知识可知它们是垂直的. F_n 的方向指向圆心, 提供沙袋做圆周运动的向心力; F_t 与沙袋运动的速度同向, 使沙袋的速度越来越大, 这个与轨迹相切的力叫作切向力.

向心力产生的加速度是**向心加速度**, 用符号 a_n 表示. 根据牛顿第二定律, 任何做匀速圆周运动的物体, 其加速度都指向圆心. 向心加速度的大小描述线速度方向改变的快慢.

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r.$$

切向力产生的加速度是**切向加速度**, 用符号 a_t 表示. 切向加速度的大小描述线速度大小改变的快慢.

描述物体运动状态的物理量叫作**运动参量**, 线速度, 角速度, 周期, 频率, 及向心加速度都属于圆周运动的运动参量.

7.2 水平面上的圆周运动

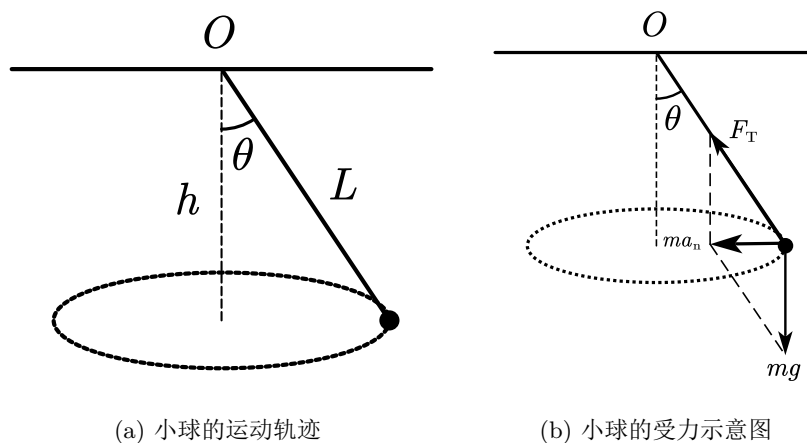


图 7.1: 圆锥摆模型

我们已经知道, 向心力是一种效果力, 可以由某一性质的力提供, 也可以由某几个力的合力或某一个力的分力来提供.

分析向心力的一般步骤是:

- (1) 确定圆周运动轨道所在的平面;

(2) 找出圆周轨道的圆心的位置;

(3) 分析做圆周运动的物体所受的力, 并作出受力示意图, 其中指向圆心的合力 (或分力) 就是向心力.

因此, 只要物体在水平面内做匀速圆周运动, 它所受到的合力就一定在圆周运动轨道所在的水平平面上, 并且指向圆周轨道的圆心.

图 7.1 中的模型叫作**圆锥摆**. 我们以它为例进行分析.

如图 7.1a, 长为 L 的细线上栓一质量为 m 的小球, 细线一端固定于 O 点, 让其在水平面内做匀速圆周运动. 这种运动一般称为圆锥摆运动, h 称为摆高. 细线与竖直方向的夹角为 θ .

在找出圆周轨道所在平面以及圆心之后, 我们对小球进行受力分析 (图 7.1b). 因为小球在水平面内做匀速圆周运动, 所以小球受到的向心力是水平的. 由图 7.1b 可知, 向心力就是拉力 F_T 与重力 mg 的合力. 并且有*

$$F_T \cos \theta = mg, \quad (7.1)$$

$$mg \tan \theta = ma_n. \quad (7.2)$$

在上面两个关系式中, 已知的量是小球的质量 m , 重力加速度 g 以及 $\cos \theta$, $\tan \theta$; 未知的量是细线对小球的拉力 F_T , 和小球的加速度 a_n .

F_T 可以从 (7.1) 解出; a_n 可以从 (7.2) 解出, 即

$$a_n = g \tan \theta. \quad (7.3)$$

根据几何关系可知小球做圆周运动的半径

$$r = h \tan \theta. \quad (7.4)$$

把向心加速度公式 $a_n = \omega^2 r$ 和 (7.4) 式代入 (7.3) 式, 可得

$$g \tan \theta = \omega^2 h \tan \theta.$$

由此解得, 小球做圆锥摆运动的角速度

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}. \quad (7.5)$$

这就是说, 在圆锥摆运动中, 物体的角速度的二次方与摆高成反比, 即

$$\omega^2 \propto \frac{1}{h}.$$

进而, 小球做圆锥摆运动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

根据几何关系还可以得到 $h = L \cos \theta$. 把它代入 (7.5) 式, 可以解出

$$\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2}.$$

* (7.2) 式其实是牛顿第二定律的表达式. 等号左边 $mg \tan \theta$ 是小球受到的合力, 右边是质量与加速度的乘积. 但这个式子根据图 7.1b 的几何关系可以直接得到.

从此式可以看出, 当小球运动的角速度 ω 增大时, 夹角 θ 也随之增大.

7.3 竖直平面上的圆周运动

7.3.1 竖直圆周的几何分析

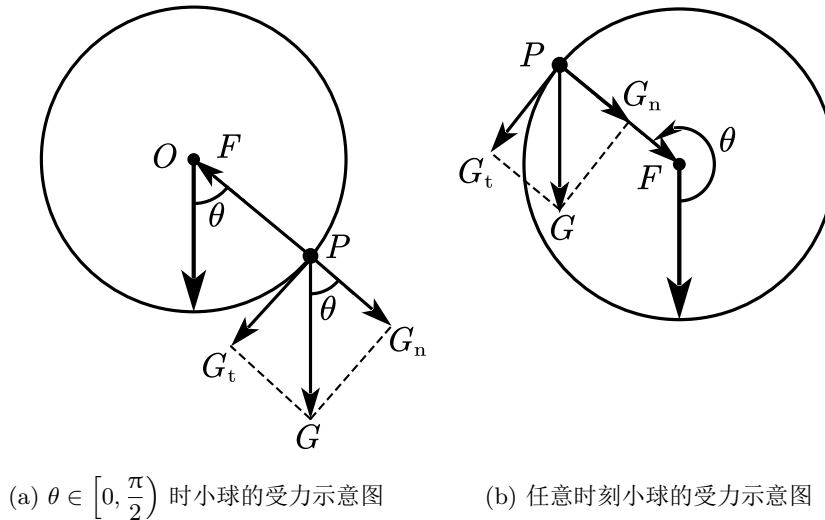


图 7.2: 竖直圆周的受力示意图

用一根轻绳拉着质量为 m 的小球, 另一端固定在竖直平面内的一点, 使小球在竖直平面内做圆周运动. 为了分析小球的向心力, 我们将小球所受的重力 G 分解为沿半径方向的 G_n , 和沿切线方向的, 垂直于 G_n 的 G_t .

G_n 提供小球的向心力, 改变速度的方向. 当绳提供的力不为 0 时, 小球的向心力是 G_n 与拉力的合力.

G_t 是小球的切向力, 改变速度的大小. 特别地, 当小球在最高点和最低点时, $G_t = 0$, 即小球的切向力为 0. 因此小球的速率不变. 一般时刻, 在竖直面做圆周运动的小球做**变速圆周运动**.

不妨假设小球逆时针转动, 圆心为 O , 小球的位置为 P . 以竖直向下为正方向, 设 θ 是从正方向到 OP 方向的角度, 并且 $\theta \in [0, 2\pi)$, 这样, 由于小球做圆周运动的半径是固定的 r , 所以小球在某一时刻的位置就能由角 θ 唯一确定.

当 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2})$ 时, 绳子的拉力 F 与 G_n 反向 (图 7.2a). 我们写出此时向心力的表达式 $F - G_n = m \frac{v^2}{r}$. 即

$$F = mg \cos \theta + m \frac{v^2}{r}. \quad (7.6)$$

通过数学知识可以验证, (7.6) 式其实就是小球在任意时刻满足的向心力方程.

小球从最低点运动到最高点, $\cos \theta$ 的值从 1 变化到 -1 , 而线速度 v 也在不断变小. 因此, 拉力 F 在最低点处取得最大值

$$F_{\max} = m \frac{v_{\max}^2}{r} + mg.$$

在最高点处取得最小值

$$F_{\min} = m \frac{v_{\min}^2}{r} - mg. \quad (7.7)$$

其中 v_{\max}, v_{\min} 分别是小球在最低点和最高点处的线速度大小. 当然, (7.7) 式成立的前提是小球能上升到最高点, 并且能持续做圆周运动. 这就需要小球在到达最高点时有速度, 即 $v_{\min} \neq 0$, 并且绳子时刻处于拉直状态, 即 $F_{\min} \geq 0$.

下面我们来研究小球能到达最高点的条件.

7.3.2 竖直圆周的临界问题

通过受力分析可知, 物体在竖直平面内做圆周运动时, 一般在通过最高点时处于临界状态. 下面我们来研究一下这个问题.

我们知道, 当 $F_{\min} = 0$ 时, 小球恰好能到达最高点. 由 (7.7) 可知临界条件是 $mg = m \frac{v_0^2}{r}$ (式中 v_0 是小球恰达最高点时的速度). 由此解得

$$v_0 = \sqrt{gr}. \quad (7.8)$$

这就是说, 在竖直平面内被绳子牵引做圆周运动的物体, 能通过最高点并继续运动的条件是, 小球通过最高点时的速度不小于 \sqrt{gr} .

如果小球在最高点处的速度小于这个值时, 那么 $mg > m \frac{v^2}{r}$. 小球受到的向心力大于圆周运动所需的向心力, 根据牛顿第二定律, 小球将脱离原圆周运动的轨道, 靠近圆心, 做近心运动.

上面讨论的情况是小球受绳牵引的情况. 绳与杆的区别是, 绳只能提供拉力; 而杆既可以提供拉力, 也可以提供支持力, 即杆提供的力是双向的. 如果小球用杆牵引, 或在管径略大于小球直径的管道内运动, 那么只需过最高点时的速度 $v_{\min} \neq 0$, 小球即可完成圆周运动. 特别地, 如果小球到达最高点时, 与支撑物 (杆或管道) 间无相互作用, 那么小球在这一点的速度 $v = \sqrt{gr}$.

学习动能定理后, 解决此类问题将变得容易许多.

7.4 生活中的圆周运动

汽车过拱桥 汽车过地道

汽车通过拱桥时, 实际是在做竖直面上的圆周运动. 当汽车在拱桥的最高点时, 汽车所受的重力大于支持力, 发生失重现象. 视拱桥为圆弧, 其半径为 r . 设汽车的质量为 m , 汽车所受的支持力为 F_N , 汽车在最高点时的速度为 v , 重力加速度为 g . 对汽车进行受力分析, 可得

$$mg - F_N = m \frac{v^2}{r}.$$

由此可知, 随着汽车速度 v 的增大, 汽车所受的支持力 F_N 减小. 当支持力减小到 0 时, 汽车做平抛运动, 此时有

$$mg = m \frac{v^2}{r},$$

可以解出此时的速度 $v = \sqrt{gr}$.

汽车通过地道时, 所受的重力小于支持力, 发生失重现象. 视地道为圆弧, 其半径为 r . 对汽车进行受力分析, 可

得

$$F_N - mg = m \frac{v^2}{r}.$$

由此可知, 随着汽车速度 v 的增大, 汽车所受的支持力 F_N 也随之增大. 如果汽车速度过快, 可能会爆胎.

汽车拐弯

汽车拐弯时, 实际是在做水平面上的圆周运动. 视弯道为一段圆弧, 其半径为 r . 汽车拐弯的向心力由静摩擦力 F_f 提供, 即

$$F_f = m \frac{v^2}{r}.$$

因为 F_f 有最大值, 所以当速度 v 过大时, 静摩擦力 F_f 可能无法提供向心力.

当 $F_f < m \frac{v^2}{r}$ 时, 摩擦力小于汽车所需的向心力, 汽车将会脱离原圆周运动的轨道, 远离圆心, 做离心运动. 这是很危险的.

为了防止发生危险, 弯道一般会做成倾斜的 (图 7.3), 火车轨道更会严格的设计倾斜角度, 这是为了让 mg 与 F_N 产生水平合力, 从而提供拐弯所需的向心力, 即

$$mg \tan \theta = m \frac{v^2}{r}.$$

由此可得, 当 $v = \sqrt{gr \tan \theta}$ 时, 汽车与地面间无摩擦力.

在这样的设计下, 即使汽车的速度略超过临界速度 $\sqrt{gr \tan \theta}$, 也不易发生危险, 因为静摩擦力会补上所需的那部分力.

飞机在转弯时倾斜机身, 也是因为这一点.

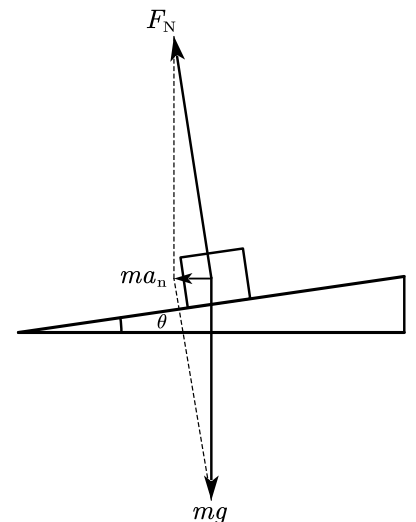


图 7.3: 火车的轨道

第八章 万有引力与宇宙航行

8.1 万有引力与行星的运动

8.1.1 开普勒定律

在古代,人们对于天体运动存在着地心说和日心说两种对立的看法.地心说是托勒密提出的,日心说是哥白尼提出的.最终,日心说战胜了地心说,被人们所接受.

德国天文学家开普勒后续发现,行星绕太阳运动的轨道不是圆,而是椭圆,并于1609年和1619年,发表了他发现的下列规律,后人称为开普勒行星运动定律.

开普勒第一定律 (轨道定律) 所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆,太阳处在椭圆的一个焦点上.

开普勒第二定律 (面积定律) 对任意一个行星来说,它与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等.

开普勒第二定律告诉我们:当行星离太阳较近的时候,运行的速度较大,而离太阳较远的时候速度较小.

开普勒第三定律 (周期定律) 所有行星轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比都相等.

若用 a 代表椭圆轨道的半长轴, T 代表公转周期,开普勒第三定律告诉我们

$$\frac{a^3}{T^2} = k,$$

其中比值 k 是一个对所有行星都相同的常量.事实上,它由太阳的质量决定.

实际上,行星的轨道与圆十分接近.在中学阶段,我们仍按圆轨道处理,这样就可以说:

1. 行星绕太阳运动的轨道十分接近圆,太阳处在圆心.
2. 对某一行星来说,它绕太阳做圆周运动的角速度 (或线速度) 大小不变,即行星做匀速圆周运动.
3. 所有行星轨道半径 r 的三次方跟它的公转周期 T 的二次方的比值都相等,即

$$\frac{r^3}{T^2} = k, \tag{8.1}$$

开普勒定律发现之后,自然就要更深入的思考:是什么原因使行星绕太阳运动?

胡克等人认为,行星绕太阳运动是因为受到了太阳对它的引力,甚至证明了如果行星的轨道是圆形的,它所受引力的大小跟行星到太阳距离的二次方成反比.但是由于关于运动和力的清晰概念是由牛顿建立的,当时没有这些概念,因此他们无法深入研究.

在前人的基础上,牛顿把它的运动定律应用在了行星运动,即:以任何方式改变速度 (包括改变速度的方向) 都需要力.这就是说,使行星沿圆或椭圆运动,需要指向圆心或椭圆焦点的力,这个力应该就是太阳对它的引力.

下面我们根据牛顿运动定律及开普勒行星运动定律来讨论太阳与行星间的引力.

8.1.2 太阳与行星间的引力

行星绕太阳的运动可以看作匀速圆周运动. 设行星的质量为 m , 与太阳的距离为 r , 公转周期为 T . 匀速圆周运动的知识告诉我们, 太阳给行星运动提供的向心力是

$$F = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}.$$

其中 r 是行星圆周运动的半径.

从开普勒第三定律 (8.1) 中解出周期 T , 代入上面的关系式, 得到

$$F = 4\pi^2 k \frac{m}{r^2}.$$

也就是说, 太阳对行星的引力 F 与行星的质量 m 成正比, 与 r^2 成反比.

我们知道, 力的作用是相互的. 太阳吸引行星, 行星也同样吸引太阳, 也就是说, 在引力的存在与性质上, 行星和太阳的地位完全相当, 因此, 行星与太阳的引力也应与太阳的质量 $m_{\text{太阳}}$ 成正比, 即 $F \propto \frac{m_{\text{太阳}} m}{r^2}$. 写成等式就是

$$F = G \frac{m_{\text{太阳}} m}{r^2}.$$

式中 G 是比例常数, 与太阳, 行星都没有关系. 太阳与行星间引力的方向沿着二者的连线.

8.1.3 月一地检验

地球绕太阳运动, 月球绕地球运动, 它们之间的作用力是同一种性质的力吗? 这种力与地球对树上苹果的吸引力也是同一种性质的力吗?

假设地球与月球间的作用力和太阳与行星间的作用力是同一种力, 它们的表达式也应该满足 $F = G \frac{m_{\text{地球}} m_{\text{月亮}}}{r^2}$. 根据牛顿第二定律, 月球绕地球做圆周运动的向心加速度

$$a_{\text{月球}} = G \frac{m_{\text{地球}}}{r^2}$$

(式中 r 是地球中心与月球中心的距离).

进一步, 假设地球对苹果的吸引力也是同一种力, 同理可知, 苹果的自由落体加速度

$$a_{\text{苹果}} = G \frac{m_{\text{苹果}}}{R^2}$$

(式中 R 是地球中心与苹果间的距离).

由以上两式可得 $\frac{a_{\text{苹果}}}{a_{\text{月球}}} = \frac{R^2}{r^2}$. 由于月球与地球中心的距离 r 约为地球半径 R 的 60 倍, 所以 $a_{\text{月球}} = \frac{a_{\text{苹果}}}{60^2}$.

在牛顿的时代, 人们已经能够比较精确地测定自由落体加速度, 当时也能比较精确地测定月球与地球的距离, 月球公转的周期, 从而能够算出月球运动的向心加速度. 计算结果与预期符合得很好. 这表明, 地面物体所受地球的引力, 月球所受地球的引力, 与太阳, 行星间的引力, 真的遵从相同的规律!

8.1.4 万有引力定律

牛顿在大胆猜想的基础上, 经过大量严谨的推演, 终于揭开了天体运动的神秘面纱. 就这样, 地面上物体运动的规律和天体运动的规律统一了.

牛顿进而提出, 地球对苹果的引力, 地球对月亮的引力与太阳对行星的作用力本质上都完全相同, 而且无论天上, 地上还是天地之间的任何两个物体之间全都存在这种引力. 牛顿把这种所有物体之间都存在的相互吸引力叫作万有引力.

牛顿于 1867 年正式发表了万有引力定律:

自然界中任何两个物体都是相互吸引的, 引力的大小跟这两个物体的质量的乘积成正比, 跟它们的距离的二次方成反比.

如果用 m_1, m_2 表示两个物体的质量, 用 r 表示它们之间的距离, 万有引力定律可用公式表示为

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (8.2)$$

其中质量的单位用 kg, 距离的单位用 m, 力的单位用 N. G 是比例系数, 叫作引力常量, 适用于任何两个物体.

这里所说的距离 r 是指可以看成质点的两物体间的距离, 若是质量均匀分布的球体则是两个球心间的距离.

牛顿得出了万有引力与物体质量及它们之间距离的关系, 但却无法算出两个天体之间万有引力的大小, 因为他不知道引力常量 G 的值. 一百多年以后, 英国物理学家卡文迪什利用扭秤装置测量了几个铅球之间的引力. 由这一实验结果可推算出引力常量 G 的值.*

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}.$$

8.2 万有引力与重力

8.2.1 重力和万有引力的关系

在地面上的物体, 其重力是由地球的万有引力产生的, 万有引力的方向沿着物体与地心的连线. 然而, 严格地说, 重力并不完全等于万有引力, 地球与物体之间的万有引力实际提供了物体做自由落体运动的重力和随地球做圆周运动向心力的两个力 (图 8.1a). 因而, 除非物体位于地球的南极或北极, 否则物体的重力比万有引力要小一些, 方向也不严格指向地心, 而是有一个微小的偏角. 这就是为什么地球两极的重力加速度要比赤道的重力加速度略大些.

特别地, 当物体在赤道上时, 物体做圆周运动的半径就是地球半径, 并且向心力与引力同向, 有下面的关系式

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg_1 + m\omega^2 R,$$

其中 G 是引力常量, g_1 是赤道上物体的重力加速度, ω 是地球自转的角速度, R 是地球半径.

当物体在南极或北极时, 物体不做圆周运动, 地球与物体间的万有引力全部为物体提供重力, 即

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg_2,$$

其中 g_2 是极点上物体的重力加速度.

* 国际科技数据委员会 2014 年的推荐值 $G = 6.67408(31) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

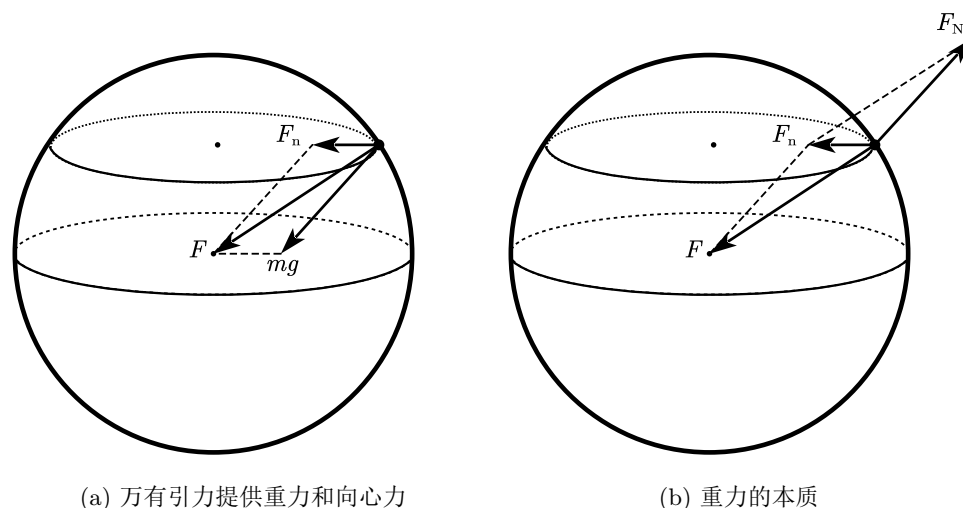


图 8.1: 万有引力与重力的关系

一般地, 当物体在地球上某一点时, 它们之间的万有引力就是物体受到的重力与向心力的矢量和.

值得指出的是, 重力只是万有引力的一个表现形式, 万有引力才是重力的本质原因. 放在水平地面上的物体, 若不以地面为参考系, 而是站在宇宙空间中观察, 本质上物体受到的力只有万有引力和支持力这两种基本相互作用*. 而这两个力的合力恰好指向物体随地球做圆周运动的圆心, 提供物体做圆周运动所需的向心力 (图 8.1b).

我们在地面参考系上观察时, 并不考虑它随地球做圆周运动的事实, 即认为物体是静止的, 因而认为物体应当是受力平衡的, 并没有考虑向心力的存在. 于是, 处在地面上的我们把万有引力中提供向心力的部分忽略掉, 把剩下的部分称为重力. 可以说, 重力是引力除去向心力以外, 使物体向下做自由落体运动的分力.

然而, 物体随地球自转所需的向心力是很小的. 位于赤道上的物体, 向心力与重力之比仅为 0.0034. 因此, 我们仅在本章讨论万有引力与重力, 向心力的关系; 此后如果没有特别说明, 仍然认为重力等于万有引力, 它们的方向都是竖直向下指向地心的.

8.2.2 不考虑地球自转的重力加速度

下面, 我们讨论不计地球自转时, 地球上不同位置的重力加速度, 也即认为万有引力全部提供重力.

地球表面的重力加速度 设某个放在地球表面的物体质量为 m , 地球半径为 R , 地球质量为 M . 在不考虑地球自转的情况下, 它的重力就是它与地球间的万有引力, 即

$$mg = G \frac{Mm}{R^2}.$$

从中解出 g , 得到

$$g = \frac{GM}{R^2}. \quad (8.3)$$

这是不计地球自转时, 地球表面重力加速度的表达式, 也就是南极或者北极处重力加速度的表达式.

*即引力相互作用和电磁相互作用. 在后续内容将会详细介绍.

不同高度处的重力加速度 如果物体不在地球表面,而在距地表 h 处的空中,那么 (8.3) 式中的 R 将替换为 $(R+h)$,即

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}.$$

其中 R 是地球半径, g' 是物体在高度 h 处的重力加速度.

地球的半径 R 约为 6.4×10^6 m,实际上,只要 h 不太大, h 与 R 比起来就可以忽略不计.当 $h=R$ 时,

$$g' = \frac{GM}{(2R)^2} = \frac{GM}{4R^2} = \frac{g}{4}.$$

也就是说,当物体在距地表约 6000 千米的高空时,它的重力加速度约为地表重力加速度的四分之一.

(8.3) 式可以改写为

$$\boxed{GM = gR^2}. \quad (8.4)$$

这个式子在计算中常用于 GM 与 gR^2 的代换,有人形象地称它为“黄金代换式”.如果物体在地球上空,上式中的 R 也可以换成 $(R+h)$.

不同深度处的重力加速度 位于地下深 H 处的物体,由于其上方的“球壳”对它没有引力,所以物体受到的引力只与地球质量中位于物体半径 $(R-H)$ 以内的部分有关*.假设地球的密度均匀,则

$$\begin{aligned} g' &= G \frac{\left(\frac{R-H}{R}\right)^3 M}{(R-H)^2} \\ &= \frac{GM(R-H)}{R^3} \\ &= \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R-H}{R} \\ &= g \frac{R-H}{R}. \end{aligned}$$

其中 g 是地球表面的重力加速度.这样,我们就得到如下关系式

$$\frac{g'}{g} = \frac{R-H}{R}.$$

8.3 万有引力与宇宙航行

本节我们研究物体绕地球运动的问题.

在开始之前仍需要说明,在描述卫星等物体绕地球的运动时,我们并不以地面为参考系,而是建立一个以地球质心为原点,坐标轴指向远处恒星的参考系*,也就是我们前面所谓的“在宇宙空间中观察”.这样的好处是,物体绕地球的运动仍然符合牛顿第一定律.否则,如果仍然以地面为参考系,相对于地面静止的卫星由于受到重力,将向下做自由落体运动,这并不符合事实,也就是说牛顿第一定律对于地面参考系不再适用*,这显然增加了描述运动的难

*这部分的内容仅作了解即可.

*称为地心参考系.

*即地面参考系是非惯性系,而地心参考系是惯性系.

度.

经过 8.2.1 节的讨论, 应该能够理解, 对于本节内容来说, 重力和万有引力是等价的概念, 无论哪一个都是提供物体绕地球运动的向心力. 在本节中, 我们将统一使用万有引力的概念来描述物体绕地球的运动.

8.3.1 物体绕地球的运动

物体在地球附近绕地球运动时, 太阳的作用可以忽略.

在简化之后, 物体只受到指向地心的引力作用, 物体绕地球的运动可视作匀速圆周运动. 设地球质量为 M , 物体质量为 m , 物体中心与地球中心的距离为 r , 物体的线速度为 v , 角速度为 ω , 向心加速度为 a_n , 万有引力常数为 G , 可以列出以下关系式

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = ma_n, \quad (8.5)$$

由 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ 这个式子, 我们能解出 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 即 $v \propto \sqrt{\frac{1}{r}}$;

类似地, 还可以得到

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}; \quad a_n = \frac{GM}{r^2}.$$

即
$$\omega \propto \sqrt{\frac{1}{r^3}}; \quad T \propto \sqrt{r^3}; \quad a_n \propto \frac{1}{r^2}.$$

由上述分析可知, 当物体的高度一定时, 它的线速度, 角速度, 向心加速度以及周期都是一定的. 这保证了许多地球卫星的相对位置稳定, 不会相撞.

当物体的高度增大时, 物体的线速度 v 减小, 角速度 ω 减小, 向心加速度 a_n 也减小. 由角速度与周期的关系 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 可知, 物体的周期 T 会增大. 这个规律可以简单说成“高轨低速大周期”.

我们把物体的线速度, 角速度 (与周期可以互相表示), 向心加速度, 绕转半径称为物体的运动参量, 知道它们中的两个, 就可以求出另外两个. 要注意的是, 当物体的质量未知时, 物体所受的引力大小是无法直接求出的.

8.3.2 宇宙速度

在 1687 年出版的《自然哲学的数学原理》中, 牛顿设想: 把物体从高山上水平抛出, 速度一次比一次大, 落地点也就一次比一次远; 抛出速度足够大时, 物体就不会落回地面, 成为人造地球卫星. 这个速度究竟有多大呢?

前面通过 (8.5) 式, 我们已经解出物体绕地球运动的速度

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

只要知道地球的质量 M 和物体到地心的距离 r , 就可以求出物体绕地球运动的速度 v .

已知地球质量 $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg, 近地卫星在 100 ~ 200 km 的高度飞行, 远小于地球半径 (6400 km), 可以近似用地球半径 R 代替卫星到地心的距离 r . 把数据代入上式后算出

$$v = 7.9 \text{ km/s}.$$

这就是物体在地球附近绕地球做匀速圆周运动的速度, 叫作**第一宇宙速度**. 当物体的速度小于这个值时, 它将无法维持绕地球的圆周运动, 最终会落回地面. 因此, 第一宇宙速度也是发射人造卫星的最低速度.

以第一宇宙速度运行的地球卫星, 它的周期

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 85 \text{ min.}$$

$v = \sqrt{gR}$ (其中 g 是地球表面的重力加速度, R 是地球半径) 这个式子可以用来计算第一宇宙速度吗?

因为物体离地球表面很近, 所以物体受到的引力跟物体在地球表面的重力差不多. 因此可以认为, 物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的向心力是由重力提供的, 有

$$mg = m \frac{v^2}{R}.$$

从中解出 $v = \sqrt{gR}$. 需要注意的是, 这个式子并不能说明物体的环绕速度与 \sqrt{r} 成正比. 因为这里的 g 是地球表面的重力加速度, 仅当物体的高度不高时才适用. 当高度变化时, 重力加速度的值也在变化. 事实上, 物体的环绕速度和 \sqrt{r} 成反比.

理论研究指出, 在地面附近发射飞行器, 如果速度大于 7.9 km/s, 又小于 11.2 km/s, 它绕地球运行的轨迹就不是圆, 而是椭圆. 当飞行器的速度等于或大于 11.2 km/s 时, 它就会克服地球的引力, 永远离开地球. 我们把 11.2 km/s 叫作**第二宇宙速度**.

达到第二宇宙速度的飞行器还无法脱离太阳对它的引力. 在地面附近发射飞行器, 如果要使其挣脱太阳引力的束缚, 飞到太阳系外, 必须使它的速度等于或大于 16.7 km/s, 这个速度叫作**第三宇宙速度**.

8.3.3 人造地球卫星

人造卫星是人类制造并发射到太空中, 围绕地球或其他天体运行的无人航天器. 广泛应用于通信, 气象, 导航等领域.

需要指出, 卫星的运行轨道并不是任意的. 由于人造地球卫星运行所需的向心力是由万有引力提供的, 而地球质心是引力的等效作用点, 因此人造地球卫星的运行轨道平面总是通过地心.

下面按轨道高度进行分类, 介绍几种常见的人造地球卫星.

近地卫星 近地卫星指轨道高度在地球表面附近的卫星, 通常距地表 2000 千米以内. 其中, 高度在 500 km 以下的轨道称为低轨道, 高度在 500 km 到 2000 km 之间的轨道称为中轨道. 低轨道和中轨道合称为**近地轨道**.

近地卫星的轨道半径都可以近似认为是地球半径 R , 因此近地卫星的向心加速度可以近似认为是地球表面的重力加速度 g .

近地卫星运行的角速度大于地球自转的角速度, 最大环绕速度约 7.9 km/s (即第一宇宙速度), 最短运行周期约 85 min.

我国地处北半球, 要把航天器送上这种轨道, 运载火箭要朝东南方向发射, 这样能够利用地球自西向东自转的

部分速度,从节约火箭能量,结果是卫星的轨道平面与赤道平面的夹角一定是锐角.* 地球在某地的自转速度可通过赤道自转速度,发射方位角和发射点地理纬度计算出来.

近地卫星由于离地球较近,其信号传输时间短,适合用于气象观测,地球资源调查,军事侦察等方面.远地卫星由于轨道高度较高,其覆盖范围广,适合用于通信,导航等方面.

地球同步卫星 地球同步卫星是指轨道高度约为 35786 km,运行周期等于地球自转周期(约 24 h)的卫星.地球同步卫星的轨道半径约为 6.6 倍的地球半径,其环绕速度约为 3.1 km/s.

尽管地球同步卫星的运行周期与地球自转周期相等,但它不一定绕着赤道平面运行,而可能是倾斜的轨道.因此地球同步卫星不一定相对于地球静止.只有当地球同步卫星的轨道平面与赤道平面重合时,它才相对于地球静止,这种特殊的同步卫星叫作**地球静止卫星**.利用这一点,地面上的天线可以长期对准静止卫星,不需要跟踪设备,适用于通信,气象等领域.

需要强调的是,地球同步卫星的轨道平面必须通过地心,因此地球同步卫星只能在赤道上空的某个位置静止,并不能随意静止在某个城市上空.

8.3.4 卫星的变轨

卫星绕地球做匀速圆周运动时,万有引力提供向心力.当卫星由于某种原因速度突然改变时,万有引力将不再等于向心力,卫星将变轨运行.卫星的发射和回收就是利用了这一原理.

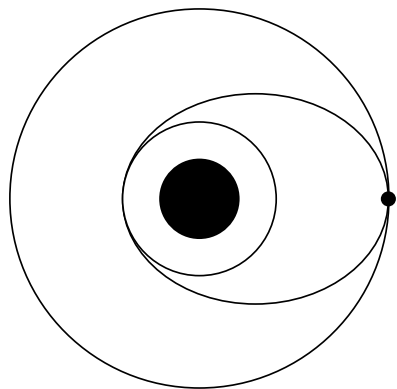


图 8.2: 卫星的变轨问题

以第一宇宙速度发射的卫星,将绕地球做匀速圆周运动.如果该卫星喷气加速,那么万有引力不足以提供向心力,卫星将做离心运动,其轨迹是一个椭圆.由此可知,卫星在椭圆近地点的速度,比它在匀速圆周轨道上的速度要大.当卫星运行到椭圆的远地点时,由于高度增加,卫星的速度又比近地点的速度小了.

如果卫星在椭圆的远地点时再次加速,调整为合适的速度,卫星可能会进入一个更大的匀速圆周轨道.由此可知,卫星在大圆周轨道上的速度,比它在

椭圆轨道远地点的速度要大.

另外,要比较卫星在两个圆周轨道的速度,只需根据“高轨低速大周期”,即卫星在小圆周轨道上的速度大于卫星在大圆周轨道上的速度.

综上所述,可以得到

$$v_{\text{椭圆近地点}} > v_{\text{小圆周轨道}} > v_{\text{大圆周轨道}} > v_{\text{椭圆远地点}}$$

* 还有一些卫星是逆着地球自转方向发射的,其轨道平面与赤道平面的夹角是钝角,称为逆行轨道.这种卫星的发射成本和难度都更高.

8.3.5 双星系统

在天体运动中, 将两颗彼此距离较近的恒星称为双星. 它们在相互之间的万有引力作用下, 绕两者连线上的某定点做周期相同的匀速圆周运动. 双星系统具有以下三个特点:

1. 两星球做圆周运动所需的向心力由两者间的万有引力提供, 因此两星球做圆周运动的向心力大小相等;
2. 两星球绕转动中心做圆周运动的角速度 (或周期) 的大小相等;
3. 质量为 m_1, m_2 的两星球绕共同中心转动的半径 r_1, r_2 的和等于两星球间的距离 L , 即

$$r_1 + r_2 = L,$$

并且两星球绕转半径之比等于它们质量的反比, 即

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

以上三个特点是解决很多双星问题 (求解运动周期, 角速度, 轨道半径等) 的关键.

由特点 2, 我们来推导双星系统运动的周期.

设这两个恒星的质量分别为 m_1, m_2 , 绕转半径分别为 r_1, r_2 , 它们间的距离为 L , 根据特点 3, 有 $r_1 + r_2 = L$.

对于 m_1 , 有

$$\frac{Gm_2}{L^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_1,$$

对于 m_2 , 有

$$\frac{Gm_1}{L^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_2,$$

把上面两式相加, 得

$$\frac{G(m_1 + m_2)}{L^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 L,$$

由此可得双星系统的运动周期

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}.$$

第九章 机械能守恒定律

“能量”是牛顿没有留给我们的少数力学概念之一，但是在牛顿之前，我们就能发现它的萌芽。能量及其守恒的思想，在 4.1.1 节伽利略的斜面实验中 (图 4.1) 已经显现出来了。

在这个实验中小球一旦滚下斜面，它就要继续就要滚上另一个斜面。重要的是，伽利略发现：无论第二个斜面陡些或缓些，小球最后总会在斜面上的某一点速度变为 0，这点距斜面顶端的竖直高度与它出发时的高度相同。小球好像“记得”自己其实的高度，或与高度相关的某个量。然而，“记得”并不是物理学的语言。后来的物理学家把这一事实说成是“某个量是守恒的”，并把这个量叫作**能量**，简称**能**。

当伽利略把小球从桌面提高到起始点的高度时，他赋予小球一种形式的能量，我们称它为**势能**。**相互作用的物体凭借其位置而具有的能量叫作势能**。

当伽利略释放小球后，小球开始运动，获得速度。当它到达斜面的底部时，之前由于它在桌面上方的某一高度而具有的势能，这时已经消失。但是，小球获得了运动。这个事实可以理解为，能量并未丢失，而是以另一种形式出现，我们称它为**动能**。**物体由于运动而具有的能量叫作动能**。

当小球继续沿第二个斜面升高时，它会变慢，因而不断失去动能。但它的高度在增加，势能不断被“回收”。当小球速度变为 0 时，小球相对桌面的高度又达到他在实验起始时的高度，其动能全部转化为势能。

利用以前的语言来描述，我们可以说：为了提高小球，伽利略施加了与重力相反的力；当他释放小球时，重力使小球滚下斜面；在斜面的底部，小球由于惯性而滚上第二个斜面。

但是这样的描述不能表达一个最重要的事实：如果空气阻力和摩擦力小到可以忽略，小球必将准确地终止于同它开始点相同的高度，绝不会更高一点儿，也绝不会更低一点儿。这说明某种“东西”在小球运动过程中是不变的，这个“东西”就是**能量**。

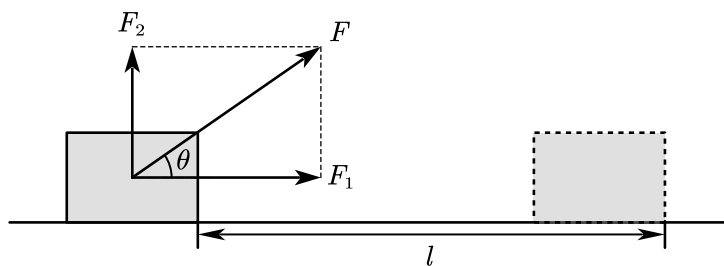
引入能量的概念是在物理学发展中追寻守恒量的一个重要事例。

9.1 功

9.1.1 恒力的功

在认识能量的历史过程中，人们建立了**功**的概念。因而功和能是两个密切联系的物理量。如果物体在力的作用下**能量发生了变化，那么这个力一定对物体做了功**。

物体受到力的作用，并且在力的方向上发生一段位移，我们就说，**力对物体做了功**。

图 9.1: 物体在力 F 的作用下发生位移 l

初中时我们知道, 当一个恒力 F 作用在物体上, 使物体沿力的方向发生大小为 l 的位移时, 力 F 对物体所做的功 W 等于力的大小 F 与位移的大小 l 的乘积, 即

$$W = Fl.$$

实际中, 更普遍的情形是物体运动的方向与力的方向不一致, 例如马拉雪橇时拉力方向和雪橇运动方向间有一个角度. 这时应当怎样计算功呢?

当力 F 的方向与运动方向成某一角度时 (图 9.1), 可以把力 F 分解为两个分力: 与位移方向一致的分力 F_1 , 与位移方向垂直的分力 F_2 . 设物体在力 F 的作用下发生的位移的大小是 l , 则分力 F_1 所做的功等于 $F_1 l$. 分力 F_2 的方向与位移的方向垂直, 物体在 F_2 的方向上没有发生位移, F_2 所做的功等于 0. 因此, 力 F 对物体所做的功 W 等于 $F_1 l$, 而 $F_1 = F \cos \theta$, 所以

$$W = Fl \cos \theta. \quad (9.1)$$

这就是说, 功的大小等于力的大小, 位移的大小, 力与位移夹角的余弦值三者的乘积, 即力矢量与位移矢量的内积.

功是标量. 在国际单位制中, 功的单位是焦耳, 简称焦, 符号是 J. 1 J 等于 1 N 的力使物体在力的方向上发生 1 m 位移的过程中所做的功, 所以

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

功的正负

虽然功是标量, 但我们对它规定正负. 从公式 $W = Fl \cos \theta$ 的角度来说, 因为 F 和 l 都是正数, 所以功 W 的正负由力与位移的夹角 θ 决定. 这要分三种情况讨论.

1. 当 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ 时, $\cos \theta > 0$, $W > 0$. 这表示力 F 对物体做正功, 充当动力.
2. 当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, $\cos \theta = 0$, $W = 0$. 这说明力 F 与位移 l 垂直时, 力 F 不做功.
3. 当 $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$ 时, $\cos \theta < 0$, $W < 0$. 这表示力 F 对物体做负功*, 充当阻力.

用一个在水平面上运动的小车举例. 人用力拉车前进时, 人的拉力 F 对车做正功; 要使运动的小车减速, 人向后拉车的力 F 对车做负功; 而小车受到的重力 G 和水平面对它的支持力 F_N 都与位移方向垂直, 所以这两个力都

*某力对物体做负功, 往往也说成“物体克服某力做功”.

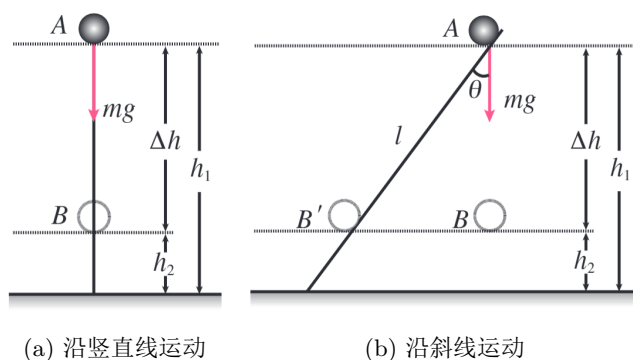


图 9.2: 研究物体运动时重力做的功

不做功.

上面我们分析的是物体受一个力时做功的几种情况. 实际中, 物体通常会受多个力的作用. 当一个物体在几个力的共同作用下发生一段位移时, 这几个力对物体所做的总功, 是各个力分别对物体所做功的代数和. 可以证明, 它也就是这几个力的合力对物体所做的功, 称为合功.

一对平衡力做的功有什么关系? 一对相互作用力做的功又有什么关系?

我们知道, 一对平衡力总是大小相等, 方向相反, 作用在同一个物体上. 因此, 物体受一对平衡力而运动时, 这一对力所做的功一定互为相反数, 即合功为 0.

一对作用力与反作用力总是大小相等, 方向相反, 但它们分别作用在两个物体上, 二者两个物体各自发生的位移是不确定的. 所以一个力做功时, 其反作用力可能做功, 也可能不做功; 可能做正功, 也可能做负功, 它们之间没有必要的联系.

重力做的功

考虑一个质量为 m 的物体, 从与地面高度为 h_1 的位置 A , 竖直向下运动到高度为 h_2 的位置 B (图 9.2a), 这个过程中重力做的功是

$$W_G = mg\Delta h = mgh_1 - mgh_2.$$

再看另一种情况. 质量为 m 的物体仍然从上向下运动, 高度由 h_1 降为 h_2 , 但这次不是沿竖直方向, 而是沿着一个斜面向下运动到 B' , 再水平运动到 B (图 9.2b). 物体沿斜面运动的距离是 l , 在这一过程中重力做的功是

$$W_G = (mg \cos \theta)l = mg\Delta h = mgh_1 - mgh_2.$$

从 B' 沿水平方向运动到 B 的过程中, 重力不做功.

上面两种情况中, 尽管物体运动的路径不同, 但高度的变化是一样的, 而且重力做的功也是一样的.

分析表明, 物体运动时, 重力对它做的功只跟它的起点和终点的位置有关, 而跟物体运动的路径无关. 也就是说, 只要起点和终点的位置不变, 不论物体沿什么路径运动, 重力所做的功都相同. 具有这种性质的力还有弹簧的弹力, 电场力, 万有引力等. 我们把这样的力称为保守力.

滑动摩擦力做的功

一个物块沿着粗糙的斜面上滑, 滑动至最高点时位移为 s , 则摩擦力 F_f 所做的功

$$W_f = F_f s \cos \pi = -F_f s.$$

负号表示摩擦力做负功, 即摩擦力阻碍物块的上滑.

若物块滑动至最高点后沿反方向下滑, 则摩擦力的大小不变, 方向与先前 F_f 的方向相反. 下滑至原点时摩擦力又做功 W_f , 从而全程摩擦力做功为

$$W_f' = 2W_f = -2F_f s.$$

虽然全程的位移为 0, 但由于摩擦力的方向改变了, 所以我们不能简单的用摩擦力的大小乘以位移 0 而得出摩擦力做功为 0. 不同于引力等保守力, 滑动摩擦力做功与物体经过的路径有关, 或者说物体沿闭合路径运动一周摩擦力做功不为 0, 这种力被称为**耗散力**. 空气, 水等流体的阻力都是耗散力.

需要注意的是, 摩擦力并不总是做负功. 例如物块放在传送带上由静止开始运动时, 摩擦力就做了正功.

9.1.2 直线运动的功

前面我们研究的都是恒力做的功. 在直线运动中, 如果力随着物体位置的变化而变化, 又该如何定义它的功呢?

建立描述物体位置的一维坐标系 x . 如果物体在力 F 的作用下在坐标轴上运动, 且力 F 与位置坐标 x 的函数关系为 $F(x)$, 则称满足

$$W'(x) = F(x).$$

的 $W = W(x)$ 为物体在力 F 的作用下, 从位置 $x = 0$ 运动到位置 x 时, 力 F 对物体所做的功.*

由数学知识可知, 当 $F(x)$ 恒为常数 F 时, $W(x) = Fx$, 这就是恒力做功的情况. 非恒力做功的情况, 在本书仅作为拓展, 读者了解即可.

9.2 功率

物理学中, 反映做功快慢的物理量是**功率**. 如果从开始计时到时刻 t 的这段时间内, 力 F 对物体所做的功为 W , 则功 W 与完成这些功所用的时间 t 之比叫作力 F 的**功率**, 用 P 表示, 即

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}. \quad (9.2)$$

*这里用反导数的概念定义了功, 即功 W 关于位置 x 的函数 $W(x)$ 就是力 $F(x)$ 的一个反导数. 实际上, 如果利用定积分, 功 W 可以表示为

$$W = \int_0^x F(x) dx.$$

这是大学物理中对功的一个比较严谨的定义.

功率是标量. 在国际单位制中, 功率的单位是**瓦特**, 简称**瓦**, 符号是 W . 瓦这个单位比较小, 技术上常用**千瓦** (kW) 作功率的单位, $1 kW = 1\,000 W$. 力, 位移, 时间都与功率相联系, 这种联系在技术上具有重要意义.

瞬时速度与瞬时功率有什么关系呢?

如果物体受到的力是 F , 从计时开始到时刻 t 这段时间内, 发生的位移是 l , F 与 l 的夹角是 θ , 则力 F 在这段时间内所做的功

$$W = Fl \cos \theta.$$

如果 t 非常小, 我们就把

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{W}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{Fl \cos \theta}{t} = (F \cos \theta) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{l}{t},$$

叫作力 F 在时刻 t 的**瞬时功率**. 而 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{l}{t}$ 正是物体在时刻 t 的瞬时速度 v , 因此瞬时功率可以表示为

$$\boxed{P = Fv \cos \theta.} \quad (9.3)$$

可见, 某一时刻力对物体做功的功率, 等于力的大小, 物体在这一时刻的速度及力与位移的夹角的余弦值这三者的乘积. 这就是瞬时速度与瞬时功率的关系.*

从 (9.3) 式可以看出, 汽车, 火车等交通工具和各种起重机械, 当发动机的输出功率 P 一定时, 牵引力 F 与速度 v 成反比. 所以, 在汽车上坡时, 为了获得更大的牵引力, 司机需要换到低速档.

9.3 势能

9.3.1 重力势能

正如前述, 物体由于被举高而具有重力势能. 物体的高度发生变化时, 重力要做功: 物体被举高时, 重力做负功; 物体下降时, 重力做正功. 因此, 认识这种势能, 不能脱离对重力做功的研究.

重力势能

在 9.1.1 节中, 我们已经推导出了重力做功的公式, 并且知道, 只要确定了起点和终点的位置, 不论运动路径如何, 重力所做的功都相同. 功等于物体所受的重力跟起点高度的乘积 mgh_1 与跟终点高度的乘积 mgh_2 两者之差. 看起来, 物体所受的重力 mg 与它所处位置的高度 h 的乘积 mgh , 具有特殊的意义.

mgh 的特殊意义在于它一方面与重力做的功密切相关, 且与功的单位相同; 另一方面它随着高度的增加而增加, 随着质量的增加而增加, 恰与前述重力势能的特征一致. 因此, 我们把 mgh 叫作物体的**重力势能**, 常用 E_p 表示, 即

$$E_p = mgh.$$

与其他形式的能一样, 重力势能也是标量, 其单位与功的单位相同, 在国际单位制中都是焦耳, 符号为 J .

*当 v 为平均速度时, (9.3) 式也可以计算对应时间 t 内的平均功率.

重力做的功与重力势能的关系

有了重力势能的概念,重力做的功与重力势能的关系可以写为

$$W_G = E_{p1} - E_{p2}.$$

其中 E_{p1} 表示物体在初位置的重力势能, E_{p2} 表示物体在末位置的重力势能. 也就是说, **重力做的功等于物体在初位置与末位置的重力势能之差.**

当物体从高处运动到低处时,重力做正功,重力势能减小;当物体从低处运动到高处时,重力做负功,重力势能增大.

重力势能的相对性

物体的重力势能总是相对于某一水平面来说的,这个水平面叫作**参考平面**,也叫**零势能面**.在这个水平面上,物体的重力势能取为 0.选择哪个水平面为参考平面,可视研究问题的方便而定.通常选择地面为参考平面.

选定一个参考平面,当物体在参考平面上方时,重力势能为正值;当物体在参考平面下方时,重力势能为负值.选择不同的参考平面,物体的重力势能不同,但重力势能的差值相同.

势能是系统所共有的

重力是由于地球的吸引而产生的,它是地球与物体组成的系统的内力.研究重力做功,本应既考虑重力对物体所做的功,也考虑它的反作用力,即对地球的引力所做的功,但由于地球与地面上的物体相比较,质量可以看作无穷大,地球的位移完全可以忽略,因此不必考虑物体吸引地球的力对地球运动的影响,只需考虑重力对物体的影响,这就是我们常常说“物体的重力势能”的原因.但这只是一种通俗的说法,实际上,重力势能是地球和受重力作用的物体组成的系统所共有的,不是地球上的物体单独具有的.这一点从重力势能的表达式 $E_p = mgh$ 可以看得很清楚: m 是物体的质量, g 是重力加速度,它是由于地球的吸引而产生的, h 则是物体相对于地球表面上某一平面(参考平面)的高度.如果没有地球,就没有 g ,也谈不上 h 了.

与重力势能一样,弹性势能,电势能等也是系统所共有的,不是某个物体单独具有的.

9.3.2 势能函数

前面我们说过,重力是一种保守力,即它做的功只与物体所处的位置有关,而与物体运动的路径无关.当某个保守力对物体做功时,物体相应的能量就发生改变.我们该怎么表述这种保守力做功时所对应的能量呢?

势能是物体凭借其位置而具有的能量.势能和保守力的关系是什么?

由于保守力做的功只取决于始末的相对位置,所以一定存在某一个关于物体位置的状态函数 $E(x)$.我们把 $E_p = E(x)$ 称为系统在 x 位置处的**势能**.每一种保守力都可以用一个势能函数来描述.

在 9.3.1 节中我们已经给出了重力做的功与重力势能的关系,即:重力做的功等于物体在初位置与末位置的重力势能之差.

事实上, 对于任何保守力 F 都有类似的关系. 设物体在初位置处的势能为 E_{p1} , 在末位置处的势能为 E_{p2} , 则 F 对物体做的功为

$$W_F = E_{p1} - E_{p2}.$$

也就是说, 保守力做的功等于物体在初位置与末位置的对应势能之差. 这个规律称为势能定理.

本小节内容仅作为拓展, 读者了解即可.

9.3.3 弹性势能

拉长或压缩的弹簧, 卷紧的发条, 拉开的弓, 正在击球的网球拍, 撑竿跳高运动员手中弯曲的竿, 等等, 这些物体都发生了弹性形变, 每个物体的各部分之间都有弹力的相互作用.

发生弹性形变的物体的各部分之间, 由于有弹力的相互作用, 也具有势能, 这种势能叫作弹性势能.

前面我们提到过, 重力与弹簧的弹力都是保守力, 它们做的功只与物体所处的位置有关. 我们知道, 弹簧的弹力与弹簧的形变量成正比, 即弹力 F 与形变量 x 满足下面的函数关系

$$F(x) = kx,$$

根据直线运动功的定义, 由数学知识可得

$$\left(\frac{1}{2}kx^2\right)' = F(x),$$

所以, 弹力做的功与形变量 x 的关系为

$$W(x) = \frac{1}{2}kx^2.$$

如果规定形变量 $x = 0$ 时弹簧的弹性势能为 0, 则形变量为 x 时弹簧的弹性势能的表达式为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2.$$

由此可知, 弹性势能的大小与弹簧的形变量有关, 形变量越大, 弹性势能越大; 弹性势能的大小还与弹簧的劲度系数 k 有关, k 越大, 弹性势能越大.

9.4 动能和动能定理

9.4.1 动能

初中时我们已经知道, 物体由于运动而具有的能量叫作动能. 运动物体的动能与物体的质量和速度有关. 人类活动中, 利用动能的实例很多, 比如长江三峡水利枢纽, 主要就是利用水流由高处下落后的巨大动能发电.

质量为 m 的物体沿水平面向右做匀加速直线运动. 物体在初始位置 A 时的瞬时速度为 v_A , 经过位置 B 时的瞬时速度为 v_B . 物体的位移为 l .

由于物体做匀加速直线运动, 所以物体所受合力 F 为恒力. 设物体的加速度为 a , 则根据牛顿第二定律有

$$F = ma.$$

由匀变速直线运动速度与位移的关系式 (2.5) 可以得到加速度 a , 代入上式即

$$F = m \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2l} \right).$$

整理后得

$$Fl = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2. \quad (9.4)$$

(9.4) 式的左边为合力对物体做的功 W , 右边是两个单项式之差. 一方面, 这两个单项式与合力的功密切相关, 且与功的单位相同; 另一方面, 这两个单项式与物体的质量和速度有关, 与动能的特征一致.

我们把物体的质量与速度的二次方乘积的一半, 称为物体的动能, 用符号 E_k 表示, 即

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

(9.4) 式右边的两个单项式, 分别是物体在 B 位置的动能 E_{kB} 和在 A 位置的动能 E_{kA} . 这样, (9.4) 式就可以写成

$$W = E_{kB} - E_{kA} \quad (9.5)$$

动能是标量, 单位与其他能量一样都是焦耳 (J). 动能和速度一样, 是描述物体运动状态的重要物理量.

9.4.2 动能定理

合力对物体所做的功产生了什么效果?

具有动能的物体可以做功, 对物体做功也可以改变物体的动能.

(9.5) 式反映了合力对物体所做的功与物体动能变化之间的关系. 这个关系虽然是从受恒力作用的物体做匀加速直线运动的过程推导得到的, 但是进一步的理论推导可以证明, 这个关系对于变力做功和物体做曲线运动的过程依然成立.

只需要简单的微积分知识, 我们就可以利用直线运动中功的定义, 来推导直线运动中这个结论的正确性. 由于过程比较复杂, 这里不再赘述. 读者有兴趣可以参考大学物理教材.

物体所受的合力在一个过程中所做的功, 等于物体在这个过程中动能的变化量. 这个规律叫作动能定理. 它的表达式可以写成

$$W = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}.$$

式中 W 是合力做的功, E_{k2} 为末动能, E_{k1} 为初动能.

当 $W > 0$ 时, $\Delta E_k > 0$, 表示合力做正功, 动能增加; 当 $W < 0$ 时, $\Delta E_k < 0$, 表示合力做负功, 动能减小.

前面我们已经学习过一些求解变力做功的方法, 除此之外, 我们还可以利用动能定理求解变力做功. 利用动能定理, 我们只需要知道物体的初、末动能就可以求解整个过程的做功情况, 而不需要了解运动过程的细节, 因此可以使某些复杂问题简化.

例 1 将一个可视为质点的物体从距离水平地面高度为 h 处以恒定速率 v_0 斜向上抛出, 设抛出速度与水平方向的夹角为 θ , 不计空气阻力, 试分析:

- (1) 物体质量 m 与落地速度 v 的关系;
- (2) θ 与落地速度 v 的关系;
- (3) h 与落地速度 v 的关系;
- (4) θ 与飞行时间 t 的关系;

解 物体下落的过程中只受重力作用. 对物体应用动能定理, 有

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2.$$

因为 m 可以消去, 所以物体质量与落地速度无关. 事实上, 根据上式, 我们解出落地速度

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh},$$

可见, 落地速度 v 与物体的质量, 抛出时的倾角均无关; h 越大, 落地速度 v 越大.

对物体的运动进行分解. 物体上抛时, 竖直方向的分速度

$$v_y = v \sin \theta.$$

θ 越大, 则竖直方向的分速度越大, 由竖直上抛的知识可知, 物体的运动时间 t 越长.

9.5 应用: 机车启动问题

本节我们将讨论机车以恒定功率或者恒定加速度启动时的运动特点.

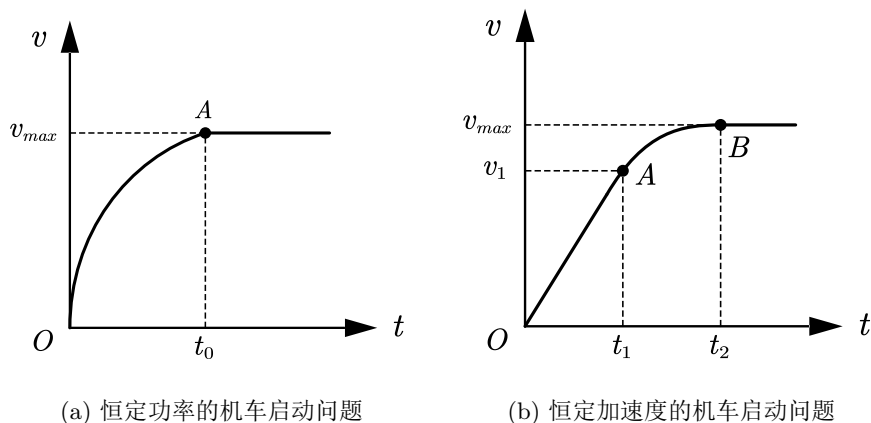
质量为 m 的机车启动时做直线运动, 受到的阻力 F_f 恒定. 设机车在某一时刻速率为 v , 加速度为 a , 发动机提供的牵引力大小为 F , 发动机的瞬时功率为 P , 则根据牛顿第二定律有

$$F - F_f = ma, \tag{9.6}$$

根据瞬时速度与瞬时功率的关系 (9.3) 有

$$P = Fv. \tag{9.7}$$

以上两个方程是解决本节问题的关键. 下面我们先来分析, 机车启动时发动机功率 P 恒定的情形.

图 9.3: 机车的启动时的 $v-t$ 图像

恒定功率的机车启动问题

汽车启动时, 速率 v 持续增大. 如果牵引力做功的功率恒为 P_0 , 根据 (9.7) 式, 牵引力 F 会持续减小. 由 (9.6) 式可知, 机车的加速度 a 也持续减小.

机车能一直加速下去吗? 如何表示机车的最大速度?

我们知道, 机车之所以持续加速, 是由于机车的加速度 $a > 0$. 因此, 当 $a = 0$ 时, 机车的速度达到最大值 v_{\max} . 设此时的牵引力为 F_0 , 有

$$F_0 - F_f = 0,$$

$$P_0 = F_0 v_{\max}.$$

由此解得

$$v_{\max} = \frac{P_0}{F_f}. \quad (9.8)$$

由以上分析可知, 当机车所受牵引力与阻力相等时, 机车速度达到最大值 v_{\max} .

图 9.3a 是质量为 m 的机车以恒定功率 P_0 启动的 $v-t$ 图像. 在 OA 段, 机车的加速度逐渐减小; 在 A 点处, 机车的加速度降为 0, 机车的牵引力 F 等于阻力 F_f .

如何求出机车加速过程的位移 x ?

因为机车做的不是匀变速直线运动, 我们没有直接的公式可以计算; $v-t$ 图线与坐标轴围成的图形也不规则, 不易计算面积. 不妨试试动能定理. 根据动能定理, 机车的牵引力做功与所受阻力做功的代数和, 等于机车动能的变化量, 即

$$P_0 t_0 - F_f x = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 - 0.$$

由此即可解出机车的位移 x .

恒定加速度的机车启动问题

当机车以恒定加速度 a_1 启动时, 机车将做匀加速直线运动. 因为

$$F - F_f = ma_1,$$

且阻力 F_f 是定值, 所以当加速度恒为 a_1 时, 牵引力 F 也保持不变.

根据 (9.7) 式, 随着速率 v 的增大, 发动机的功率 P 也持续增加. 但考虑到 P 不可能无限增加, 而是有一个额定功率 P_{\max} , 因此机车以恒定加速度启动时, 最终一定会达到最大功率 P_{\max} , 此后功率不再增加, 机车进入恒定功率的状态.

机车进入恒定功率的状态时速度多大? 这个速度是机车能达到的最大速度吗?

图 9.3b 是质量为 m 的机车以恒定加速度 a_1 启动的 $v-t$ 图像, 直线 OA 是机车以加速度 a_1 做匀加速直线运动的 $v-t$ 图线, 其牵引力 F 恒定不变; 在 A 点处, 机车达到额定功率 P_{\max} . 机车的匀加速运动结束于 A 点, 此时机车的速率为 v_1 , 并且有

$$F_1 - F_f = ma_1,$$

$$P_{\max} = F_1 v_1.$$

由此解得

$$v_1 = \frac{P_{\max}}{ma_1 + F_f}.$$

考虑到 A 点是匀加速与非匀加速的分界点, 根据 $v_1 = a_1 t_1$ 可以进而求出匀加速时间 t_1 .

曲线 AB 是机车以额定功率 P_{\max} 继续运动的 $v-t$ 图线, 因为汽车的速率继续增大, 根据 (9.7), 机车的牵引力逐渐减小; 在点 B 处, 机车的加速度降为 0, 机车的牵引力 F 等于阻力 F_f , 机车达到最大速度 v_{\max} . 类似 (9.8) 式的分析过程, 容易知道

$$v_{\max} = \frac{P_{\max}}{F_f}.$$

9.6 机械能守恒定律

我们在初中已经知道, 动能和势能 (包括重力势能和弹性势能) 统称为**机械能**. 动能和势能是可以相互转化的, 如果只有它们相互转化, 尽管各自的大小会变化, 但机械能的总和不变, 即机械能守恒.

那么, 在什么条件下才只有动能和势能的相互转化呢? 或者说, 在什么条件下机械能守恒?

9.6.1 动能和势能的相互转化

动能和势能的相互转化是日常生活中常见的现象.

重力势能可以与动能相互转化. 小朋友们荡秋千时, 下降过程中重力做正功, 他们的重力势能减少, 而速度逐渐变大, 动能增加了, 这时重力势能转化成动能. 当他们上升时, 一个逆向的能量转化过程就开始了: 重力做负功, 他们的重力势能增加, 动能减少, 这时动能转化成重力势能. 可见, **重力势能与动能的互相转化是通过重力做功来实现的.**

弹性势能可以与动能相互转化. 网球触拍减速时, 克服网线弹力做功, 网线的弹性势能增大, 网球的动能减少, 这时动能转化为弹性势能. 当网球反弹加速时, 网线弹力对网球做正功, 网线的弹性势能减少, 网球的动能增大, 这时弹性势能转化为动能. 这说明, 弹性势能与动能的互相转化是通过弹力做功来实现的.

从上述实例我们看到, 动能和势能*之间的转化是通过重力或弹力做功来实现的. 重力或弹力做正功的过程就是势能减少的过程, 但减少的势能是否一定转化为动能呢? 这是我们要讨论研究的问题.

9.6.2 机械能守恒定律

功与能量的转化密切相关, 我们从力做功的角度分析能量转化过程中的定量关系.

先来考虑只有重力做功的物体系统. 设物体在初位置的动能为 E_{k1} , 势能为 E_{p1} ; 在末位置处的动能为 E_{k2} , 势能为 E_{p2} , 则由重力做的功与重力势能的关系和动能定理有

$$W_G = E_{p1} - E_{p2},$$

$$W_{\text{合力}} = E_{k2} - E_{k1}.$$

如果只有重力对物体做功, 则 $W_{\text{合力}} = W_G$, 由此可得

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{k2} - E_{k1}, \quad (9.9)$$

整理可得

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}. \quad (9.10)$$

(9.9) 式表明, 系统势能的减少等于动能的增加, 即

$$-\Delta E_p = \Delta E_k;$$

而 (9.10) 式表明, 系统不同时刻的动能和势能之和, 即总机械能保持不变. 这说明, 在只有重力做功的过程中, 系统的机械能守恒.

只有弹力做功的过程与此类似, 系统的动能与弹性势能之间相互转化而总机械能守恒.

在只有重力和弹力做功的物体系统中, 系统的动能和势能可以互相转化, 而它们的总和保持不变. 这就是机械能守恒定律.

需要注意的是, 在多个物体组成的物体系统中, 即使该系统不受其他外力作用, 单个物体的机械能也不一定守恒, 但该系统内所有物体的机械能总和一定守恒.

如果一个物体系统除了重力和系统内力 (即系统内各物体间的相互作用) 外还有其他力做功, 那么该系统的机械能不守恒, 并且“其他力”做的功等于该系统机械能的变化量. 如果用 ΔE_m 表示机械能的变化量, 用 $W_{\text{其他}}$ 表示“其他力”做功, 那么上述内容可以表示为

$$W_{\text{其他}} = \Delta E_m.$$

例 2 用轻绳拉着小球在竖直面内做半径为 R 的圆周运动, 轻绳的另一端固定在圆心 O 处. 小球的质量为 m , 在最低点处的速率为 v_0 , 重力加速度为 g . 某一时刻的摆角为 θ . 利用机械能守恒定律, 试推导小球的速率 v 与

*这里的势能包括重力势能和弹性势能.

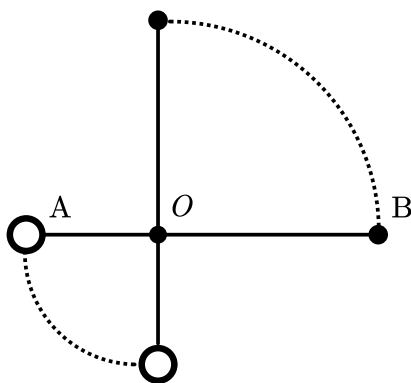


图 9.4: 例 3 题图

θ 的关系.

解 在小球做圆周运动的过程中, 只有重力对小球做功, 所以小球的机械能守恒. 因此小球在任意时刻的机械能都等于小球在最低点的机械能.

以最低点所在水平面为重力势能的参考平面, 则由机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh.$$

其中 $h = R - R \cos \theta$.

由此解得

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gR(1 - \cos \theta)}.$$

例 3 如图 9.4 所示, A, B 两小球分别固定在一刚性轻杆的两端, 两球球心间相距 L , 两球质量分别为 $m_A = 4.0 \text{ kg}$, $m_B = 1.0 \text{ kg}$, 杆上距 A 球球心 $0.4L$ 处有一水平轴 O , 杆可绕轴无摩擦转动. 现先使杆保持水平, 然后从静止释放. 当杆转到竖直位置时, 求:

- (1) 当杆转到竖直位置时两球的速度 v_A, v_B ;
- (2) 杆对 A 球的作用力 F ;
- (3) 转动过程中杆对 A 球做的功 W .

解 (1) 由圆周运动的知识可知, A, B 两小球运动的角速度相等. 设它们到轴 O 的距离分别为 L_A, L_B , 根据线速度与角速度的关系有

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{L_A}{L_B}.$$

取杆的初位置为重力势能的参考平面, 以两球组成的系统为研究对象, 由机械能守恒定律得

$$-m_A g L_A + m_B g L_B = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2.$$

联立解得 $v_A = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ m/s}$, $v_B = \frac{6\sqrt{5}}{5} \text{ m/s}$.

(2) 当杆转到竖直位置时, 对小球 A 应用牛顿第二定律得

$$F - m_A g = m_A \frac{v_A^2}{L_A}$$

由此可得 $F = 72 \text{ N}$.

(3) 当杆转到竖直位置时, 对 A 应用动能定理得

$$m_A g L_A + W = \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

由此解得 $W = -9.6 \text{ J}$.

从例题可以看出, 如果研究对象在某一过程中满足机械能守恒的条件, 应用机械能守恒定律解决问题只需考虑运动的初状态和末状态, 不必考虑两个状态间过程的细节, 这样就简化了计算. 如果直接用牛顿定律解决问题, 需要分析过程中各种力的作用, 而这些力又往往在变化着. 因此, 一些难于用牛顿定律解决的问题, 应用机械能守恒定律则有可能易于解决.

9.7 能量的转化与守恒

不同形式的能量之间的转化通过做功来实现, 即做功的过程是能量转化的过程. 物体做了多少功, 就有多少能量发生了转化, 而功的正负表示能量的转化方向 (即增加与减少). 因此, **功是能量转化的量度**.

9.7.1 摩擦生热

提到能量的转化, 很容易想到摩擦生热.

一个物体在水平桌面上以速度 v 做直线运动, 如果没有力作用在它身上, 根据牛顿第一定律, 物体应以速度 v 持续运动下去. 然而实际中没有绝对光滑的水平面. 物体与桌面接触, 将受到桌面摩擦力的作用, 物体的速度 (动能) 不断减小, 直到停下来.

物体的机械能减少了, 必然有另外一种形式的能增加. 如果物体比较重, 摩擦力比较大, 你可能摸到桌面或者物体变热了. 这表明物体和桌面的内能增加了. 也就是说, 物体的机械能转化为了物体和桌面的内能, 这种现象叫作**摩擦生热**.

根据上一节的分析我们知道, 物体的机械能减少是摩擦力做功造成的, 摩擦力做的功就等于物体机械能的减少量; 而能量是守恒的, 有多少机械能减少, 就有多少内能增加. 因此可以得出, 摩擦作用产生的内能等于摩擦力做的功.

需要注意的是, 在研究摩擦生热时, 我们以相互作用的两个物体中的其中一个为参考系, 以此来确定摩擦力做功的位移.

既然能量是守恒的, 能否让热能自发地转化回动能, 使物体运动起来呢?

生活经验告诉我们, 这显然是不可能的. 能量从一种形式转化为另一种形式时, 部分能量不可逆地转化为热能或其他难以利用的形式, 这个现象称为能量的耗散. 这也是为什么永动机不可能制成.

能量的耗散从能量转化的角度反映出自然界宏观过程的方向性. 能源的利用受这种方向性的制约, 所以能源的利用是有条件的, 也是有代价的.

对相关知识更进一步的研究可以阅读本书第 ?? 章.

9.7.2 能量守恒

能量守恒定律是自然界的普遍规律之一. 历史上, “能量守恒” 曾不止一次受到质疑. 每当出现这样的情况, 都伴有新能量形式的发现. 例如, 摩擦导致运动物体的机械能减小, 能量似乎消失了; 通电的导线会发热, 导线的能量似乎增加了. 进一步研究上述现象发现了内能和电能, 拓展了能量的内涵, 推动了物理学的发展.

能量守恒定律等热力学定律将在第 ?? 章进行更深入的讨论. 现在我们先学习如何用它来解决问题.

能量守恒定律 能量既不会凭空产生, 也不会凭空消失, 它只会从一种形式转化为另一种形式, 或者从一个物体转移到另一个物体, 而在转移或转化的过程中, 能量的总量保持不变.

能量守恒定律告诉我们: 某种形式的能量减少, 一定存在其他形式的能量增加; 某个物体的能量减少, 一定存在其他物体的能量增加. 增加量和减少量一定相等.

这启示我们可以利用初时刻总能量等于末时刻总能量列式, 或者通过能量的增加量等于能量的减少量列式. 应用能量守恒定律的关键是分析清楚系统中有哪几种形式的能量, 发生了哪些转化或转移过程.

传送带问题 把一个物块轻放在恒定速度运转的水平传送带上, 假设传送带足够长, 物块将持续加速, 最终与传送带共速, 它的动能是从哪里来的呢? 如果是倾斜的传送带, 物块从传送带的最低点升至最高点, 那么物块的重力势能又是从何而来的呢?

事实上, 物块随传送带运动时传送带的耗电量, 是比传送带自己转动时的耗电量更多的. 传送带自己转动时, 电能转化为了焦耳热和传送带机械内部的摩擦生热; 当物块被放在传送带上时, 电能还转化为物块的机械能以及物块与传送带的摩擦生热. 因此, 根据能量守恒定律, 传送带多消耗的电能

$$\Delta E_{\text{电}} = Q + \Delta E_{\text{物块}},$$

式中 $\Delta E_{\text{电}}$ 是传送带多消耗的电能, $\Delta E_{\text{物块}}$ 是物块机械能的变化量, Q 是物块与传送带的摩擦生热, 等于物块受到的摩擦力乘以物块与传送带的相对位移.

例 4 如图 9.5 所示, 倾角 $\theta = 37^\circ$ 的斜面与足够长的水平传送带相连接 (接口处平滑), 传送带逆时针转动, 速度 $v = 6 \text{ m/s}$. 某时刻质量 $m = 1 \text{ kg}$ 的物块 (可视为质点) 从斜面上距离传送带水平面高 $H = 3 \text{ m}$ 处的 A 点由静止滑下. 物块与传送带和物块与斜面间的动摩擦因数均为 $\mu = 0.3$. 已知 $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$, 重力加速度 g 取 10 m/s^2 . 求物块在传送带上第一次相对地面静止时, 由于物块滑上传送带而使传送带多做的功 ΔW .

解 设物块运动到 B 点时速度为 v_B , 由动能定理得

$$mgH - \mu mg \cos \theta \frac{H}{\sin \theta} = \frac{1}{2}mv_B^2 - 0. \quad (\text{i})$$

根据能量守恒定律, 从物块到达 B 点到物块第一次相对地面静止, 物块的动能 $E_k = \frac{1}{2}mv_B^2$ 以及传送带多做的

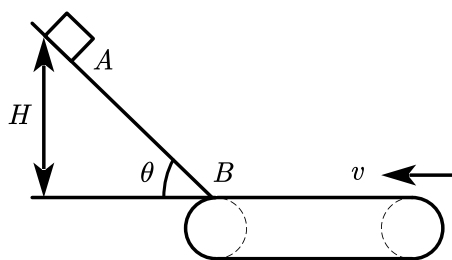


图 9.5: 例 4 题图

功 ΔW , 都转化为物块与传送带的摩擦生热 $Q = \mu mg\Delta s$, 即

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + \Delta W = \mu mg\Delta s, \quad (\text{ii})$$

其中 Δs 是物块与传送带的相对位移.

物块在传送带上做匀减速运动, 根据牛顿第二定律和运动学公式有

$$-\mu mg = ma, \quad (\text{iii})$$

$$0 = v_B - at. \quad (\text{iv})$$

根据匀变速直线运动位移与时间的关系, 物块相对地面的位移大小为

$$s_1 = v_B t - \frac{1}{2}at^2, \quad (\text{v})$$

传送带在这段过程中相对地面的位移大小为

$$s_2 = vt. \quad (\text{vi})$$

因为物块和传送带在这段过程中是反向运动的, 所以它们的相对位移是

$$\Delta s = s_1 + s_2. \quad (\text{vii})$$

由此解出 $\Delta W = 36 \text{ J}$.

守恒定律不仅给处理问题带来方便, 而且有更深刻的意义. 物理世界是千变万化的, 但是, 人们发现有些物理量在一定条件下是守恒的, 可以用这些“守恒量”来表示物理世界变化的规律, 这就是守恒定律. 正因为自然界存在着“守恒量”, 而且, 某些守恒定律的适用范围很广, 所以, 在物理学中寻求“守恒量”已经成为物理学研究的一种重要思想方法.

在下一章中, 我们将接触一个新的“守恒量”.

第十章 动量守恒定律

10.1 动量

在物理学的发展历程中, 物理学家逐渐形成了这样的观念: 物理学的任务是发现普遍的自然规律; 自然过程中包含着某种物理量的不变性, 即存在守恒量, 是物理规律最基本的表现形式之一. 物理学家在探求自然规律的过程中, 不断地探寻着不同的守恒量.

众多学者都曾卷入“什么是相互作用中运动的守恒量”的争论. 这一争论从 17 世纪末一直延续到了 18 世纪中期.

碰撞中的守恒量

做相对运动的两个或几个物体相遇并发生相互作用, 在很短的时间内, 它们的运动状态会发生显著变化, 这一过程叫作碰撞. 大到宇宙天, 小到微观粒子, 都时常发生碰撞. 这些碰撞现象的背后蕴藏着什么样的规律呢? 荷兰物理学家惠更斯做了下面的实验.

用两根长度相同的细线, 分别悬挂两个完全相同的钢球 A, B, 且两球并排放置. 拉起 A 球, 然后放开, 该球与静止的 B 球发生碰撞. 可以看到, 碰撞后* A 球停止运动而静止, B 球开始运动, 最终摆到和 A 球被拉起时同样的高度.

碰撞后, A 球的速度大小不变地传给了 B 球. 所有的碰撞都有这样的特点吗?

将上面实验中的 A 球换成大小相同的 C 球, 使 C 球质量大于 B 球质量, 用手拉起 C 球至某一高度后放开, 撞击静止的 B 球. 我们可以看到, 碰撞后 B 球获得较大的速度, 摆起的最大高度大于 C 球被拉起时的高度.

可以看出, 质量大的 C 球与质量小的 B 球碰撞后, B 球得到的速度比 C 球碰撞前的速度大, 两球碰撞前后的速度之和并不相等.

经过多次实验验证, 我们发现: 碰撞前后, 两个小球的动能之和并不相等*, 但是质量与速度的乘积之和却基本不变.

上面的实验提示我们, 质量与速度的乘积 mv 这个物理量具有特别的意义.

*本书所说的“碰撞前”是指即将发生碰撞的那一时刻, “碰撞后”是指碰撞刚结束的那一时刻.

*碰撞时小球会发热, 这说明有一部分能量转化为了内能.

动量

物理学中把质量和速度的乘积 mv 叫作物体的**动量**, 用字母 p 表示, 即

$$p = mv.$$

速度是矢量, 动量也是矢量, 动量的方向与速度的方向相同. 在国际单位制中, 动量的单位是**千克米每秒**, 符号是 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$.

大量实验表明, 在一定条件下, 相互作用的两物体动量的矢量和是守恒量.

物体在相互作用的过程中动量的变化量, 是它的末动量与初动量的矢量差, 也叫作**动量的增量**. 如果初末动量在一条直线上, 即运动是一维的, 那么选定正方向后, 动量的方向可以用正负号表示, 从而将矢量运算转化为代数运算, 此时动量的增量为负表示动量向负方向增加.

10.2 动量定理

通过碰撞实验寻找相互作用中的守恒量时发现, 碰撞前后两个物体动量的矢量和不变, 但每个物体的动量都发生了变化. 单个物体动量发生变化的原因是什么?

推动一辆质量为 m 的小车, 使其由静止开始加速到速度 v , 小车的动量由 0 增加为 mv . 由牛顿运动定律可知, 若由一名儿童用较小的力推动该车, 所需的时间较长; 换由一位成人用较大的力推, 则所需时间较短. 可见, 物体动量的变化不仅与作用力有关, 还与力的作用时间有关.

在定量研究这个问题前, 我们先引入一个新的物理量.

10.2.1 冲量

物理学中把力的作用对时间的累积效果叫作**冲量**, 用 I 表示. 如果力 F 与时间 t 的函数关系是 $F(t)$, 则称满足

$$I'(t) = F(t)$$

的 $I = I(t)$ 为力 F 作用时间 t 的冲量.

高中阶段我们研究的力大多是恒力. 当 $F(t)$ 恒为常数 F 时, 力的冲量就是力与力作用时间的乘积, 即*

$$I = Ft. \quad (10.1)$$

冲量是矢量, 冲量的方向与力的方向相同. 冲量的单位是**牛秒** ($\text{N} \cdot \text{s}$). 事实上, 它与动量的量纲相同, 并且

$$1 \text{ N} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

10.2.2 动量定理

为什么要引入冲量的概念? 冲量和动量有什么关系?

物体在恒力 F 的作用下运动, 根据牛顿第二定律, 恒力冲量的表达式 (10.1) 可以写为

$$I = mat.$$

*之后没有特别说明, 我们所说的冲量都是指恒力的冲量.

其中 a 是物体在恒力 F 作用下的加速度, m 是物体的质量, t 是力的作用时间.

设物体在初始时刻的速度为 v , 经过时间 t 后, 物体的速度变为 v' . 考虑到 $v' - v = at$,^{*} 上式可以写成

$$I = m(v' - v).$$

展开后就得到

$$\boxed{I = mv' - mv.} \quad (10.2)$$

可以发现, 上式的右边正是末时刻与初始时刻物体的动量之差. 这个结论不仅对于恒力成立, 对于变力也同样适用, 并且利用简单的微积分知识就可以证明.

物体在一个过程中所受的冲量, 等于它在这个过程始末的动量变化量, 这就是动量定理. 如果用 Δp 表示物体动量的变化量, 则动量定理可以写成

$$\boxed{I = \Delta p.}$$

值得强调的是, 动量定理中所提到的“力的冲量”指的是物体所受合力的冲量. 除此之外, 物体受到的任何一个分力都有冲量, 比如质量为 m 的物体重力的冲量为

$$I_G = mg\Delta t.$$

其中 g 是重力加速度, Δt 是重力的作用时间. 然而重力无时无刻不作用在物体上, 所以我们可以取任意的 Δt , 并说 $mg\Delta t$ 是物体的重力在时间 Δt 内的冲量.

动量定理的表达式还可以写成什么形式? 变形后的形式有什么意义?

动量定理的表达式还可以写成

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

上式表明, 物体所受的合力等于物体动量随时间的变化率*.

一定质量的物体, 改变一定的速度, 动量的改变量是一定的. 此时

$$F \propto \frac{1}{\Delta t},$$

即力的作用时间越长, 力越小. 在很短时间内大小随时间剧烈变化的作用力称为冲力. 为了安全, 我们通常延长冲力的作用时间从而减小冲力的大小, 这就是“缓冲”. 易碎物品运输时要用柔软材料包装, 跳高时运动员要落在软垫上, 就是这个道理.

例 1 一个质量为 $m = 2 \text{ kg}$ 的物体, 在 $F_1 = 8 \text{ N}$ 的水平拉力作用下, 从静止开始沿水平面运动了 $t_1 = 5 \text{ s}$, 然后拉力减小为 $F_2 = 5 \text{ N}$, 方向不变, 物体又运动了 $t_2 = 4 \text{ s}$ 后撤去外力, 物体再经过 $t_3 = 6 \text{ s}$ 停下来. 试求物体在水平面上所受的摩擦力.

解 设拉力的方向为正方向, 则摩擦力沿负方向. 注意到全程中摩擦力的大小 F_f 是恒定不变的, 对全过程应用动量定理得

$$F_1 t_1 + F_2 t_2 - F_f (t_1 + t_2 + t_3) = 0 - 0.$$

*这是速度的增量与时间间隔的关系, (2.2) 式给出了这个关系.

*实际上, 这个式子叫作牛顿第二定律的动量表述形式: 物体的动量随时间的变化率与受力成正比. 当物体的质量不变时, 才推得了我们之前学习的牛顿第二定律.

由此解得 $F_f = 4 \text{ N}$.

需要注意, 例 1 中拉力都是水平的, 如果拉力是倾斜的, 并且在整个过程中大小发生了变化, 要注意摩擦力也会随之变化.

例 2 某人所受重力为 G , 穿着平底鞋起跳, 竖直着地过程中, 双脚与地面间的作用时间为 t , 地面对他的平均冲击力大小为 $4G$. 若他穿上带有减震气垫的鞋起跳, 以与第一次相同的速度着地时, 双脚与地面间的作用时间变为 $2.5t$, 求地面对他的平均冲击力 \bar{F} 变为多少.

解 由两过程的末速度相同, 知两过程的动量变化量相同. 由动量定理知两过程的合力冲量相同, 即

$$(4G - G)t = (\bar{F} - G)2.5t.$$

由此解得 $\bar{F} = 2.2G$.

我们再次强调, 在动量定理 $I = \Delta p$ 中, I 是合力的冲量, 而不是物体受到的某一个分力的冲量. 在列动量定理的表达式前, 一定要先对物体进行受力分析.

例 3 横截面为圆形的流体以速度 v 垂直冲击到墙上或地面上, 流体的密度为 ρ , 横截面积为 S , 试求流体对墙或地面的冲力 F .

流体以速度 v 冲击到墙上或地面上, 根据动量定理, 流体的冲力 F 满足

$$Ft = mv.$$

其中 m 为流体质量, t 为流体某一点的运动时间.

因为流体的体积 $V = vt \cdot S$ (S 为流体截面), 所以流体的质量 $m = \rho V = \rho \cdot vt \cdot S$ (ρ 为流体的密度). 因此

$$Ft = \rho \cdot vt \cdot S \cdot v.$$

由此得到流体的冲力公式

$$F = \rho S v^2.$$

式中 F 为流体的冲力, ρ 为流体密度, S 为流体截面, v 为流体速度.

10.3 动量守恒定律

10.1 节中我们通过分析一个摆动的小球碰撞另外一个静止的小球, 得出碰撞前后两球的动量之和不变的结论. 对于冰壶, 小车等物体的碰撞也是这样的吗? 怎样证明这一结论呢? 这是一个普遍的规律吗?

10.3.1 相互作用的两个物体的动量改变

质量为 m_1 和 m_2 的两个物体 A 和 B, 在光滑水平面上沿同一方向做匀速直线运动. 设它们的速度分别是 v_1 , v_2 , 且 $v_2 > v_1$. 经过一段时间后, B 追上了 A, 两物体发生碰撞, 碰撞后 A, B 的速度分别变为 v'_1 , v'_2 .

设碰撞过程中, B 对 A 的作用力为 F_1 , A 对 B 的作用力为 F_2 , 由牛顿第三定律可知, F_1 与 F_2 大小相等, 方向相反, 即 $F_1 = -F_2$.

以 A 为研究对象, 应用动量定理得

$$F_1 t = m_1 v_1' - m_1 v_1.$$

以 B 为研究对象, 应用动能定理得

$$F_2 t = m_2 v_2' - m_2 v_2.$$

联立以上三个式子, 得

$$m_1 v_1' - m_1 v_1 = -(m_2 v_2' - m_2 v_2). \quad (10.3)$$

整理得

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \quad (10.4)$$

这说明, 两个物体碰撞后的动量之和等于碰撞前的动量之和, 并且该关系式对过程中的任意两时刻的状态都适用.

那么, 碰撞前后满足动量之和不变的两个物体的受力情况是怎样的呢? 两个物体各自既受到对方的作用力, 同时又受到重力和桌面的支持力, 重力和支持力是一对平衡力. 两个碰撞的物体在所受外部对它们的作用力的矢量和为 0 的情况下动量守恒.

10.3.2 动量守恒定律

物体间的作用是相互的, 作用力与反作用力的冲量会同时引起相互作用物体的动量的变化. 几个有相互作用的物体构成一个力学系统, 简称系统.

系统外的物体对系统内物体的作用力称为外力, 系统内物体间的相互作用力称为内力.

理论和实验都表明: 如果一个系统不受外力或所受外力的矢量和为 0, 那么这个系统的总动量保持不变, 即系统的动量守恒. 这就是动量守恒定律.

(10.3) 和 (10.4) 分别是动量守恒定律的两种表达形式. (10.3) 式可以概括为

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2.$$

其中 Δp_1 , Δp_2 分别为两个物体在一个过程中的动量变化量, 即系统内一个物体动量的增加量等于另一个物体动量的减少量.

(10.4) 式可以概括为

$$p = p'.$$

其中 p , p' 分别为系统的初动量, 末动量, 即系统的总动量不变. 特别地, 当系统中有两个物体时, 上式可以写成

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'.$$

如果把系统中的所有物体看成一个整体, 动量守恒定律可以写成什么形式呢?

对于整个系统来说, 因为系统的总动量 $p = m_{\text{系统}} v_{\text{质心}}$, 所以

$$m_{\text{系统}} v_{\text{质心}} = m_{\text{系统}} v_{\text{质心}}',$$

由此可得

$$v_{\text{质心}} = v'_{\text{质心}},$$

即系统质心速度不变. 因此系统动量守恒等价于系统质心的速度守恒.

随着物理学的发展, 人们认识到动量守恒定律具有普适性, 它比牛顿运动定律适用的范围要广得多. 无论在微观, 宏观还是高速领域, 无论是何种形式的相互作用, 只要系统所受的合外力为 0, 动量守恒定律都是适用的. 动量守恒定律是自然界中最普遍, 最基本的规律之一. 如果系统内相互作用的物体不只是两个, 而是三个或者多个, 只要系统不受外力或所受的合外力为 0, 系统的动量也是守恒的.

需要指出的是, 动量守恒不能说明机械能守恒, 机械能守恒也不能说明动量守恒, 它们的判定条件不同, 没有必然联系.

虽然动量守恒定律要求系统所受的合外力为 0, 但是在以下两种情况下, 我们也可以用动量守恒定律解决问题:

1. 系统所受合外力不为 0, 但在系统各部分相互作用的瞬时过程中, 系统内力远远大于外力, 外力相对来说可以忽略不计, 这时系统的动量近似守恒. 例如爆炸, 反冲等过程.
2. 系统所受合外力不为 0, 但系统在某一方向上不受外力或该方向上外力之和为 0. 则系统在该方向上的动量守恒. 例如物块在斜面上下滑的问题. 在分析这类问题时, 要注意先把速度分解成沿该方向的速度再代入计算.

例 4 两个木块 A, B 置于光滑水平面上, 它们的质量 $m_A = m_B = 2 \text{ kg}$. B 与一轻质弹簧的一端相连, 弹簧的另一端固定在墙上. 当 A 以 $v = 4 \text{ m/s}$ 的速度向 B 撞击时, 由于有橡皮泥 (质量不计) 而粘在一起运动. 求弹簧被压缩到最短时, 弹簧的弹性势能 E_p .

解 在弹簧压缩前, 两木块的动量守恒, 并且最终具有相同的速度 $v_{\text{共}}$, 根据动量守恒定律有

$$m_A v + 0 = (m_A + m_B) v_{\text{共}}.$$

弹簧压缩的过程中, 根据能量守恒定律, 两物体的动能转化为弹簧的弹性势能, 即

$$\frac{1}{2}(m_A + m_B)v_{\text{共}}^2 = E_p.$$

联立以上两式, 代入数据可得 $E_p = 8 \text{ J}$.

10.4 反冲与爆炸

系统在内力的相互作用下, 当一部分向某一方向运动时, 剩余部分将向相反方向运动, 这种现象叫作反冲.

发射炮弹时, 炮弹从炮筒中飞出, 炮身则向后退, 这就是反冲现象. 射击前, 炮弹静止在炮筒中, 它们的总动量为 0. 炮弹射出后以很大的速度向前运动, 根据动量守恒定律, 炮身必将向后运动. 只是由于炮身的质量远大于炮弹的质量, 所以炮身向后的速度很小.

用枪射击时, 子弹向前飞去, 枪身发生反冲向后运动. 枪身的反冲会影响射击的准确性, 所以用步枪射击时要把枪身抵在肩部, 以减少反冲的影响.

以发生反冲的系统为研究对象, 系统两部分间的相互作用力是内力, 在系统外力 (如重力, 空气阻力等) 可以忽

略的情况下, 我们知道, 系统的动量守恒.

爆炸也是反冲运动的一种. 爆炸过程中, 系统内部在极短时间内释放出大量的能量, 内力远远大于外力, 因此, 对整个系统而言, 我们可以利用动量守恒来解决问题.

在光滑水平面上, 质量为 m_1, m_2 的两个物体紧靠在一起, 它们之间有少许炸药 (质量不计), 炸药爆炸后, 两个物体分开而向相反的方向运动, 速度大小分别为 v_1, v_2 . 以 v_1 的方向为正方向, 根据动量守恒, 有

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2. \quad (10.5)$$

由此可得

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

这就是说, 原本静止的系统因内力作用而分成两部分, 这两部分的速度大小之比是它们质量比的倒数.

根据 (10.5) 式, 显然这两个物体的动量相等, 那它们的动能又有什么关系呢?

设这两个物体的动能分别为 E_{k1}, E_{k2} , 则

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

即它们的动能之比等于速度之比.

怎样表示炸药爆炸释放的化学能?

当爆炸产生的化学能全部转化为动能时, 则

$$E_{\text{化学}} = \Delta E_k = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - 0.$$

当转化效率为 η 时, 则

$$\eta E_{\text{化学}} = \Delta E_k = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - 0.$$

例 5 在粗糙水平面上, 质量为 m_1, m_2 的两个物体紧靠在一起, 它们之间有少许炸药 (质量不计), 炸药爆炸后, 两个物体分别滑动 x_1, x_2 的距离而停止, 两物体与水平面间的动摩擦因数均为 μ . 求两物体的质量比, 以及爆炸后瞬间的速度大小之比, 动能大小之比.

分析 爆炸过程中产生的内力极大, 时间极短, 摩擦力相对来说可以忽略不计, 因此系统的动量可以看作是守恒的.

解 设爆炸后瞬间两物体的速度大小分别为 v_1, v_2 . 炸药爆炸后, 分析两物体滑行的过程, 易知两个物体的加速度恒定且均为 $a = \mu g$. 由匀变速直线运动速度与位移的关系可知

$$0 - v_1^2 = -2ax_1,$$

$$0 - v_2^2 = -2ax_2.$$

可得两物体爆炸后瞬间的速度大小之比 $v_1 : v_2 = \sqrt{x_1} : \sqrt{x_2}$.

炸药爆炸过程中, 取 v_1 的方向为正方向, 应用动量守恒定律得

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2.$$

解得 $m_1 : m_2 = v_2 : v_1 = \sqrt{x_2} : \sqrt{x_1}$.

爆炸后两物体的动能之比为

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2} = \frac{m_1v_1 \cdot v_1}{m_2v_2 \cdot v_2}.$$

由于 $m_1v_1 = m_2v_2$, 所以

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}.$$

10.5 碰撞

碰撞是自然界中常见的现象. 根据上一节的分析, 物体碰撞时系统的动量守恒. 本节我们从能量的角度研究碰撞前后物体动能的变化情况, 进而对碰撞进行分类.

如果系统在碰撞前后动能不变, 这类碰撞叫作**弹性碰撞**. 如果系统在碰撞后动能减少, 这类碰撞叫作**非弹性碰撞**. 钢球, 玻璃球碰撞时, 动能损失很小, 它们的碰撞可以看作弹性碰撞; 橡皮泥球之间的碰撞是非弹性碰撞.

10.5.1 弹性碰撞

两个小球相碰, 碰撞之前球的运动速度与两球心的连线在同一条直线上, 碰撞之后两球的速度仍会沿着这条直线. 这种碰撞称为**正碰**, 也叫作**对心碰撞**或**一维碰撞**.

下面我们分析一下, 发生弹性碰撞的两个物体, 由于质量不同, 碰撞后的速度将有哪些特点.

为使问题研究简单, 我们假设质量为 m_1, m_2 , 初速度为 v_1, v_2 的两个物体发生正碰. 碰撞后它们的速度分别为 v'_1, v'_2 .

分析 碰撞过程遵从动量守恒定律, 据此可以列出包含上述各已知量和未知量的方程

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2,$$

弹性碰撞中没有动能损失, 于是可以列出另一个方程

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2.$$

通过以上两个式子我们可以解出两个物体碰撞后的速度.

特别地, 当两物体质量相同时, 即 $m_1 = m_2$ 时, 容易得到

$$v_1 + v_2 = v'_1 + v'_2, \quad v_1^2 + v_2^2 = v_1'^2 + v_2'^2.$$

解得 $v'_1 = v_2, v'_2 = v_1$, 即**两物体的速度互换**.

下面我们再来分析一个生活中常见的碰撞实例. 假设物体 m_1 以速度 v_1 与静止的物体 m_2 发生正碰. 碰撞后它们的速度分别为 v'_1, v'_2 .

分析 根据碰撞过程中的动量守恒和动能守恒, 分别有

$$\begin{aligned} m_1v_1 &= m_1v'_1 + m_2v'_2, \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 &= \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2. \end{aligned}$$

通过以上两式解出两个物体碰撞后的速度分别为

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1. \quad (10.6)$$

接下来, 我们对几种情况下 (10.6) 式的结果做进一步分析.

情形一 若两物体质量相同, 即 $m_1 = m_2$, 根据 (10.6) 式可以得到

$$v_1' = 0, \quad v_2' = v_1.$$

这表示第一个物体的速度由 v_1 变为 0, 而第二个物体由静止开始运动, 运动的速度等于第一个物体原来的速度. 这与我们上一例分析的结果一致, 即两物体的速度互换.

情形二 若 $m_1 \gg m_2$, 这时有 $m_1 + m_2 \approx m_1$, $m_1 - m_2 \approx m_1$. 根据 (10.6) 式可以得到

$$v_1' = v_1, \quad v_2' = 2v_1.$$

这表示碰撞后, 第一个物体的速度几乎没有改变, 而第二个物体以 $2v_1$ 的速度被撞出去.

情形三 若 $m_1 \ll m_2$, 这时有 $m_1 - m_2 \approx -m_2$, $2m_1/(m_1 + m_2) \approx 0$. 根据 (10.6) 式可以得到

$$v_1' = -v_1, \quad v_2' = 0.$$

这表示碰撞以后, 第一个物体被弹了回去, 以原来的速率向反方向运动, 而第二个物体仍然静止. 如果用乒乓球撞击保龄球, 那么就会出现这种现象: 保龄球保持静止, 而乒乓球以大致相同的速率被弹回.

10.5.2 非弹性碰撞

在非弹性碰撞过程中, 物体往往会发生形变, 还会发声发热. 因此, 在非弹性碰撞过程中会有动能损失, 转化为其他形式的能, 即动能不守恒.

如果碰撞后两个物体结合或镶嵌在一起, 即共速, 此时的动能损失是最大的. 我们把这种特殊的非弹性碰撞叫作**完全非弹性碰撞**. 对于其他的非弹性碰撞, 可以叫非完全弹性碰撞或部分弹性碰撞.

质量为 m_1, m_2 , 初速度为 v_1, v_2 的两个物体发生完全非弹性碰撞. 碰撞后两物体结合起来, 它们的共同速度为 $v_{\text{共}}$. 碰撞过程中系统亏损的动能为

$$\Delta E_k = \left(\frac{1}{2} m_1 v_{\text{共}}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{\text{共}}^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right).$$

碰撞过程仍遵循动量守恒定律, 有

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\text{共}}.$$

由以上两式可知, 它们的末速度 $v_{\text{共}}$ 可以用加权平均数表示

$$v_{\text{共}} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (10.7)$$

对于部分弹性碰撞, 也可以通过类似的方法列方程进行分析.

第二部分

电与磁

第十一章 静电场

11.1 电荷

在生活中静电现象是十分常见的。比如摩擦过的梳子可以吸引细小水流；摩擦后的气球可使猫毛竖起；冬天脱毛衣的时候常会听到“噼噼啪啪”的声音，黑暗中还能看见毛衣“冒火星”；有时候用钥匙去开门或触摸金属门把手的时候会突然感觉被刺了一下；自然界中的闪电等都是静电现象。

美国科学家富兰克林通过实验发现，雷电的性质与摩擦产生的电的性质完全相同，并命名了**正电荷**和**负电荷**。迄今为止，人们没有发现对这两种电荷都排斥或都吸引的电荷，自然界的电荷只有两种。

11.1.1 静电的产生

人们发现，很多物体都会由于摩擦而带电，并称这种方式为**摩擦起电**。为什么摩擦会使物体带电呢？

物体是由分子，原子组合而成，而原子的基本结构为原子核和核外的电子，原子核由质子和中子组成。科学家们发现质子带的电荷为正电荷，中子不带电，而电子带负电荷。在正常状况下，一个原子的核内质子与核外电子正、负电荷彼此平衡，物体对外不显电性。但是，如果物体受到摩擦的作用，就会使原子中的电子发生转移而使自身的正负电荷不平衡，从而使物体呈现带电性。两个物体发生摩擦时，得到电子的物体带负电，失去电子的物体带正电。在日常生活中所说的摩擦起电实质上就是两种物体间相互摩擦而使电子转移的过程。

我们知道，当玻璃棒和丝绸互相摩擦时，玻璃棒上的电子转移到丝绸上，玻璃棒失去电子导致带正电荷，丝绸得到电子导致带负电荷；当橡胶棒和毛皮在一起互相摩擦时，毛皮上的电子转移到橡胶棒上，橡胶棒得到电子导致带负电荷，毛皮失去电子导致带正电荷。其他物体摩擦起电的情况也类似。

可以看出，静电产生的实质是电子在物体间的转移，这个过程称为**起电**。除了摩擦起电外，物体还可以通过**感应起电**和**接触起电**的方式带电。

感应起电 当一个带电体靠近导体时，由于电荷间相互吸引或排斥，导体中的自由电荷便会趋向或远离带电体，使导体靠近带电体的一端带异种电荷，远离带电体的一端带同种电荷。这种现象叫作**静电感应**。利用静电感应使金属导体带电的过程叫作**感应起电**。

接触起电 感应起电的两个物体不接触，电荷仅在导体的内部移动。除此之外，两个导体在接触时，电荷有可能会在两个物体间转移，最终达到动态平衡。

一个不带电的导体与一个带电导体接触后分开,从而使前者带电的过程,称为**接触起电**.验电器就利用了接触起电的原理.

两个完全相同的导体接触后分开,它们所带的电荷量相同.因此,除非这两个导体都不带电,否则在接触后将会相互排斥.

11.1.2 电荷守恒定律

摩擦起电,接触起电,感应起电从本质上都源于物质的原子中的电子在不同物体间或者同一物体的不同部分间发生了转移,它们之间电荷的总量并没有发生变化.

大量实验事实表明,电荷既不会创生,也不会消灭,它只能从一个物体转移到另一个物体,或者从物体的一部分转移到另一部分;在转移过程中,电荷的总量保持不变.这个结论叫作**电荷守恒定律**.

然而,近代物理实验发现,在一定条件下,带电粒子可以产生或湮没.例如,一个高能光子在一定条件下可以产生一个正电子*和一个负电子;一对正负电子可以同时湮没,转化为光子.不过在这些情况下,带电粒子总是成对产生或湮没的,两个粒子带电数量相等但电性相反,而光子不带电,所以电荷的代数和仍然不变.因此,电荷守恒定律更普遍的表述是:一个与外界没有电荷交换的系统,电荷的代数和保持不变.

11.1.3 电荷量

不同带电体带电的多少往往是不同的.物体所带电荷的多少叫作**电荷量**,用 Q 或 q 表示.在国际单位制中,它的单位是**库仑**,简称库,符号是 C.电荷量是标量,我们通常规定正电荷的电荷量为正值,负电荷的电荷量为负值.

库仑这个单位是一个导出单位,规定 1 A 的恒定电流在 1 s 时间间隔内所传送的电荷量为 1 C.因此,电荷量不属于基本物理量,它是电流强度 I 和时间 t 的导出物理量*,并且

$$Q = It.$$

库仑是一个非常大的电荷量单位.通常,一把梳子和衣袖摩擦后所带的电荷量不到百万分之一库仑;但天空中发生闪电之前,巨大的云层中积累的电荷量可达几百库仑.因此常用的电荷量单位还有毫库 (mC),微库 (μC) 等.它们之间的换算关系为

$$1 \text{ C} = 10^3 \text{ mC} = 10^6 \mu\text{C}.$$

物体所带电荷的电荷量不是任意的,而是某个最小电荷量的整数倍.人们把最小电荷量叫作**元电荷**,用符号 e 来表示.实验表明,单个质子携带的电荷量为 e ,单个电子携带的电荷量则为 $-e$.

元电荷 e 的数值,最早是由美国物理学家**密立根**用带电油滴的实验测得的.在密立根实验之后,人们又做了许多测量.现在公认的元电荷 e 的值为

$$e = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

*正电子与电子质量相同,与电子的电荷量相等但符号相反.下文说的“负电子”就是电子.

*电流的本质是电荷的移动,为什么不规定电荷量为基本物理量,并以它和时间来导出电流呢?规定如此.事实上,应该是习惯性和便捷性的重要性超过了逻辑性.电流更早被定义为基本物理量,应用又极其广泛,如果改变为电荷量,会对人类社会造成不便的影响.

在计算中,可取

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

电子的电荷量 e 与电子的质量 m_e 之比,叫作电子的**比荷**.比荷也是一个重要的物理量.电子的质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$,所以电子的比荷为

$$\frac{e}{m_e} = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}.$$

11.2 静电力

实验事实说明,两个实际的带电体间的相互作用力与它们自身的大小,形状以及电荷分布都有关系.

当带电体之间的距离比它们自身的大小大得多,以致带电体的形状,大小及电荷分布状况对它们之间的作用力的影响可以忽略时,这样的带电体可以看作带电的点,叫作**点电荷**.点电荷是一种理想化模型,和质点的抽象过程类似.

18世纪中叶以前,研究带电体之间的静电力遇到三大困难:一是任意带电体上的电荷分布难以确定,无法确定相互作用的电荷间的距离;二是这种静电力非常小,没有测量如此小力的工具;三是当时还没有度量电荷量的单位,也就无法确定电荷量的大小.

法国物理学家库仑巧妙地解决了这些困难.他根据电荷在金属球表面上均匀分布的特点,提出了点电荷的概念,解决了测量带电体之间距离的问题.

11.2.1 库仑定律

通过实验可知,电荷之间的作用力随着电荷量的增大而增大,随着距离的增大而减小.这看起来与万有引力的规律类似.电荷之间的相互作用力,会不会与它们电荷量的乘积成正比,与它们之间距离的二次方成反比?

电荷之间的作用力与万有引力是否相似的问题早已引起当年一些研究者的注意,英国科学家卡文迪什和普里斯特利等人确信“平方反比”规律适用于电荷间的力.库仑设计了一个十分精妙的实验——**扭秤实验**,对电荷之间的作用力开展研究,最终确定:真空中两个静止点电荷之间的相互作用力,与它们的电荷量的乘积成正比,与它们的距离的二次方成反比,作用力的方向在它们的连线上.这个规律叫作**库仑定律**.这种静止电荷之间的相互作用力叫作**静电力**或**库仑力**.

假设两个点电荷的电荷量分别为 q_1, q_2 , 它们的距离为 r , 那么库仑定律可以表示为

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

式中的 k 是比例系数,叫作**静电力常量**.在国际单位制中,它的数值为

$$k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

就是说,两个均带 1 C 电荷量的点电荷即使在相距 1 m 的情况下,它们相互间的库仑力依然高达 $9 \times 10^9 \text{ N}$,可见库仑是个相当大的电荷量单位.

实际计算时,点电荷的电荷量可用绝对值代入,这样可以避免因对正负号意义混淆不清而造成错误;库仑力的方向可以通过同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引来直接判断.

例 1 在氢原子内,氢原子核与电子之间的最短距离为 $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. 试比较氢原子核与电子之间的静电力和万有引力(质子质量为 $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, 电子质量为 $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$).

解 根据库仑定律,它们之间的静电力

$$F_{\text{库}} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}.$$

根据万有引力定律,它们之间的万有引力

$$F_{\text{引}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 9.1 \times 10^{-31}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 3.6 \times 10^{-47} \text{ N}.$$

因此

$$\frac{F_{\text{库}}}{F_{\text{引}}} = 2.3 \times 10^{39}.$$

即氢原子核与电子之间的静电力是万有引力的 2.3×10^{39} 倍.

由例 1 可见,微观粒子间的万有引力远小于库仑力. 因此,在研究微观带电粒子的相互作用时,可以把万有引力忽略.

库仑定律描述的是两个点电荷之间的作用力. 如果存在两个以上点电荷,那么,每个点电荷都要受到其他所有点电荷对它的作用力. 两个或两个以上点电荷对某一个点电荷的作用力,等于各点电荷单独对这个点电荷的作用力的矢量和.*

库仑定律是电磁学的基本定律之一. 库仑定律给出的虽然是点电荷之间的静电力,但是任何一个带电体都可以看成是由许多点电荷组成的. 所以,如果知道带电体上的电荷分布,根据库仑定律就可以求出带电体之间的静电力的大小和方向.

11.2.2 应用: 静电力的平衡问题

在真空中有两个相距不远的点电荷 A 和 B,显然,无论它们电性如何,在静电力的相互作用下,都不可能平衡.

现在我们另有一点电荷 C,把它放置在 A, B 所在直线上某一位置,能使它们三者受力平衡吗? 应该放在哪里?

我们知道,当每个电荷受另外两个电荷的合静电力均为 0 时,它们三个均平衡. 根据这一点,我们可以确定:

- (1) 放在中间的电荷,与放在两边的电荷电性相反;
- (2) 放在两边的电荷电性相同.

如果不满足 (1),那么两边的电荷无法平衡;如果不满足 (2),那么中间的电荷无法平衡. 这个规律可以简单记为“两同夹一异”.

我们不妨假设 A, B 带正电, C 带负电,那么 C 应该放在 A, B 的中间. 应该更靠近谁呢? 容易知道, C 应该更靠近电荷量较小的那个. 可以列出 C 的受力平衡方程,从而解出这个距离. 这个规律可以简单说成“近小远大”.

*实验表明,两个点电荷之间的作用力不因第三个点电荷的存在而改变.

除此之外, A, B 的平衡对 C 的电荷量也有要求. 如果 A, B 固定, 那么在 A, B 所在的直线上, 总有一点使 C 受力平衡, 但这一点不一定能使 A, B 也平衡. 事实上, 当 A, B, C 均平衡时, 由库仑定律可以得到

$$\sqrt{q_1 q_3} = \sqrt{q_1 q_2} + \sqrt{q_2 q_3},$$

其中 q_1, q_3 是放在两边的两个电荷的电荷量, q_2 是放在中间的电荷的电荷量. 由此可知, 放在两边的电荷, 它们的电荷量都大于中间电荷的电荷量, 简单说成“两大夹一小”.

综合起来, 我们有: “两同夹异, 两大夹小, 近小远大”.

例 2 两个带正电小球, 电荷量分别为 Q 和 $9Q$, 在真空中相距 0.4 m. 如果引进第三个带电小球, 正好使三个小球仅在静电力的作用下处于平衡状态, 那么第三个小球应放在什么地方? 带的是哪种电荷? 电荷量是 Q 的几倍?

解 根据本节知识, 容易知道引入的第三个小球必须带负电, 放在前两个小球的连线上, 并且距离电荷量为 Q 的小球较近.

设第三个小球的电荷量为 q , 放在与电荷量为 Q 的小球的距离为 r 的地方. 由平衡条件和库仑定律有

$$k \frac{Qq}{r^2} = k \frac{9Qq}{(0.4 - r)^2}$$

解得 $r = 0.1$ m.

对电荷量为 Q 的小球进行受力分析, 由平衡条件可知

$$k \frac{Qq}{0.1^2} = k \frac{9Q^2}{0.4^2}.$$

解得 $q = 0.5625Q$.

因此, 第三个小球带负电, 电荷量为 $0.5625Q$; 放在两个带正电的小球之间, 距离电荷量为 Q 的小球 0.1 m 处.

11.3 静电场

11.3.1 电场

19 世纪 30 年代, 英国科学家法拉第提出一种观点, 认为在电荷的周围存在着由它产生的电场. 处在电场中的其他电荷受到的作用力就是这个电场给予的. 例如, 电荷 A 对电荷 B 的作用力, 就是电荷 A 的电场对电荷 B 的作用; 电荷 B 对电荷 A 的作用力, 就是电荷 B 的电场对电荷 A 的作用.

物理学的理论和实验证实并发展了法拉第的观点. 电场以及磁场已被证明是客观存在的. 场像分子, 原子等实物粒子一样具有能量, 因而场也是物质存在的一种形式.

只要有电荷存在, 电荷的周围就存在着电场. 电场的基本性质是能够对放入其中的电荷有力的作用, 这种力就叫作**电场力**.

应该指出, 只有在研究运动的电荷, 特别是运动状态迅速变化的电荷时, 上述场的物质性才突显出来. 本章我们只研究静止电荷产生的电场, 叫作**静电场**. 静电力是静电场对静止电荷的作用力, 是一种特殊的电场力.

如何形象地描述电场?

电场虽看不见摸不着, 但我们仍然可以利用电场对放入其中的电荷有力的作用来探究电场的分布特征.

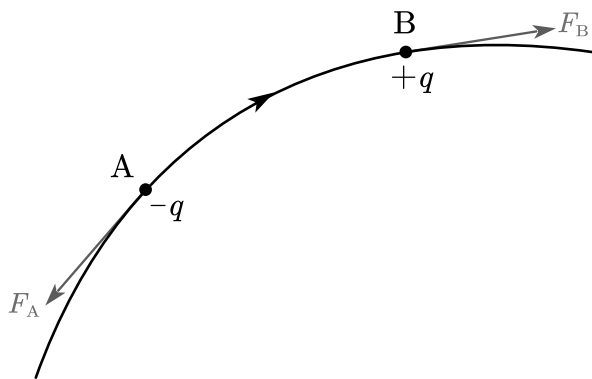


图 11.1: 电场线示意图

法拉第在研究电场时, 采用了**电场线**来描述电场. 电场线是为了直观形象地描述电场分布而在电场中引入的一些假想的曲线. 如图 11.1 所示, 曲线上每一点的切线方向与正电荷在该点所受的电场力的方向相同, 与负电荷在该点所受的电场力的方向相反; 电场线的疏密可以大致反映电场的强弱, 电场线密集的地方电场强, 稀疏的地方电场弱.

在 11.5 节将更详细地介绍电场线的特点. 接下来将介绍描述电场的的一个重要物理量——电场强度.

11.3.2 电场强度

把一个电荷放入某个电场中, 来研究这个电场的性质. 这样的电荷叫作**试探电荷**或**检验电荷**. 激发电场的带电体所带的电荷叫作**场源电荷**, 或**源电荷**.

在研究电场的性质时, 我们选取的试探电荷应当是电荷量很小的点电荷, 目的是不对所研究的电场产生影响.

在点电荷 Q 的电场中的 P 点, 放一个试探电荷 q_1 , 它在电场中受到的静电力是 F_1 , 根据库仑定律, 有

$$F_1 = k \frac{q_1 Q}{r^2}. \quad (11.1)$$

同理, 如果把试探电荷换成 q_2 , 那么它受到的静电力

$$F_2 = k \frac{q_2 Q}{r^2}. \quad (11.2)$$

由 (11.1) (11.2) 两式可以看出

$$\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = k \frac{Q}{r^2}. \quad (11.3)$$

放在 P 点的试探电荷所受的静电力与它的电荷量之比, 与产生电场的场源电荷的电荷量 Q 及 P 点到场源电荷的距离 r 有关, 而与试探电荷的电荷量无关.

试探电荷所受的静电力与它的电荷量之比反映了电场在各点的性质. 物理学中把它定义为**电场强度**, 用 E 表示, 即

$$E = \frac{F}{q}.$$

这是电场强度的定义式. 其中 F 是试探电荷在电场内某点所受的静电力, q 是这个试探电荷的电荷量, E 是这一点的电场强度.

由定义式可知, 电场强度的国际单位为牛每库, 符号是 N/C . 如果 1 C 的电荷在电场中的某点受到的静电力是 1 N , 那么该点的电场强度就是 1 N/C .

电场强度是矢量. 物理学规定, 电场中某点的电场强度的方向与正电荷在该点所受静电力的方向相同.

试探电荷在电场中受到的静电力也叫作电场力.

我们知道, 两个或两个以上的点电荷对某一个点电荷的静电力, 等于各点电荷单独对这个点电荷的静电力的矢量和. 由此可以推理, 如果场源是多个点电荷, 则电场中某点的电场强度等于各个点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和.

将电荷量为 Q 的点电荷置于空间中, 能否表示它产生的电场的电场强度?

点电荷是最简单的场源电荷. 由 (11.3) 式可知, 一个电荷量为 Q 的点电荷, 在与之相距 r 处的电场强度

$$E = k \frac{Q}{r^2}. \quad (11.4)$$

据上式可知, 如果以电荷量为 Q 的点电荷为中心作一个球面, 则球面上各点的电场强度大小相等. 当 Q 为正电荷时, 电场强度 E 的方向沿半径向外; 当 Q 为负电荷时, 电场强度 E 的方向沿半径向内.

是否能产生电场强度处处相同的电场?

如果电场中各点的电场强度的大小相等, 方向相同, 这个电场就叫作匀强电场.

由于方向相同, 匀强电场中的电场线应该是平行的; 又由于电场强度大小相等, 电场线的疏密程度应该是相同的. 所以, 匀强电场的电场线可以用间隔相等的平行线来表示.

例如, 相距很近的一对带等量异种电荷的平行金属板, 它们之间的电场除边缘外, 可以看作匀强电场.

例 3 在某电场中的 P 点, 放一电荷量 $q_1 = -3.0 \times 10^{-10}\text{ C}$ 的试探电荷, 测得该点受到的静电力大小为 $F_1 = 6.0 \times 10^{-7}\text{ N}$, 方向水平向右. 求

(1) P 点的电场强度大小和方向;

(2) 如果在 P 点放一电荷量 $q_2 = 1.0 \times 10^{-10}\text{ C}$ 的试探电荷, 求 q_2 受到的静电力 F_2 的大小和方向.

解 (1) 根据电场强度的定义, P 点的电场强度为

$$E = \frac{F_1}{q_1} = \frac{6.0 \times 10^{-7}}{-3.0 \times 10^{-10}} \text{ N/C} = 2.0 \times 10^3 \text{ N/C},$$

方向与负点电荷 q_1 受到的静电力方向相反, 即水平向左.

(2) 由电场强度的定义有

$$E = \frac{F_2}{q_2}.$$

由此可得

$$F_2 = 2.0 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

因为 q_2 是正点电荷, 所以 F_2 的方向与 P 点的场强方向相同, 即水平向左.

11.3.3 两个等量点电荷形成的电场

把两个电荷量相等的点电荷置于空间中不远的两点, 两个点电荷形成的电场将会互相叠加. 我们主要研究这个电场分别在两点电荷连线和中垂线上的性质.

记这两个点电荷连线的中点为 O 点. 通过数学分析可知, 无论这两个点电荷的电性如何, 在它们的连线上, O 点的电场强度总是最小的. 这个分析的过程比较复杂, 我们不做展开, 只要记住这个结论即可; 当然, 我们也可以直接绘制电场线, 观察电场线的疏密来判断电场强度的大小.

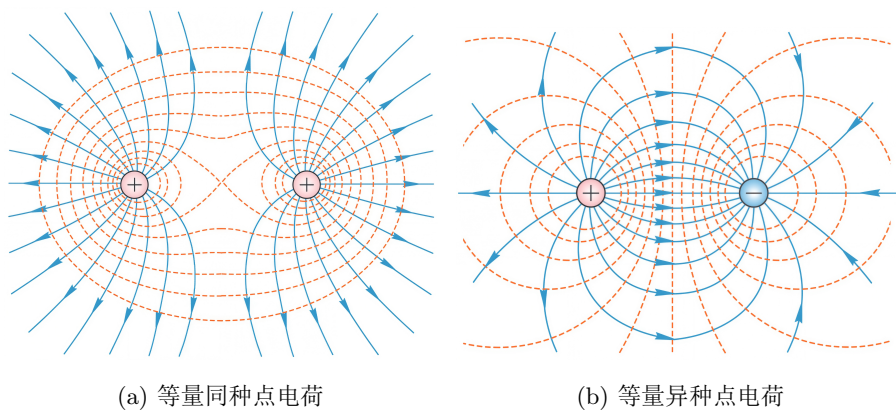


图 11.2: 等量点电荷形成的电场示意图

等量同种点电荷

在这两个电荷的连线上, O 点的电场强度是最小的. 假设一个正点电荷放置在 O 点, 那么左右两个电荷对它的静电力等大反向, 因此 O 点的电场强度为 0.

在这两个电荷连线的中垂线上, O 点的电场强度也是最小的. 假设一个正点电荷放置在 O 点上方, 那么它同时受左右两个电荷的斥力 (或引力), 并且这两个力是等大的. 它们的合力方向 (即电场强度的方向) 垂直于连线向上 (或向下).

我们知道, 中垂线上无限远处的电场强度为 0, O 点处的电场强度也为 0, 而它们之间的电场强度却不为零. 因此, 在中垂线上存在一点为电场强度在这条线上的最大值. 这一点我们无法确定.

等量异种点电荷

在这两个电荷的连线上, O 点的电场强度是最小的. 假设一个正点电荷放置在 O 点, 那么左右两个电荷对它的静电力等大同向, 它们的合力不为 0. 因此, 在连线上, O 点的电场强度最小但不为 0.

在这两个电荷连线的中垂线上, O 点的电场强度是最大的. 假设一个正点电荷放置在 O 点上方, 那么它同时分别受两个电荷的引力和斥力, 并且这两个力是等大的. 它们的合力方向 (即电场强度的方向) 平行于它们的连线向左或向右.

因为它放在 O 点上方时与两个电荷的距离变大了, 所以它受到的静电力变小了. 因此, 在中垂线上, O 点的电

场强度最大; 沿中垂线向外, 电场强度减小.

11.4 静电场中的能量

一个正电荷在电场中只受到静电力 F 的作用, 它在电场中由静止从 A 点运动到 B 点时, 静电力做了正功 W_{AB} . 由动能定理可知, 该电荷的动能增加了 W_{AB} . 从能量转化的角度思考, 物体动能增加了, 意味着有另外一种形式的能量减少了. 这是一种什么形式的能量呢?

11.4.1 电势能

静电力做功的特点

我们知道, 电荷在电场中会受到静电力, 若电荷发生位移, 则静电力可能会做功. 我们可以以此为突破, 了解电场中的能量.

实验发现, 将一个试探电荷 q 从 A 点移动到 B 点, 无论是沿直线移动, 还是沿折线或曲线移动, 静电力做的功都相等. 这就是说, 在静电场中移动电荷时, 静电力所做的功只与电荷的初末位置有关, 而与电荷经过的路径无关. 因此, 与重力一样, 静电力属于保守力.

电势能

我们知道, 功和能量的变化密切相关. 例如, 重力做功等于重力势能的减少量. 节前提到的电荷所减少的能量, 必定跟静电力做的功相关. 静电力做功具有跟重力做功一样的特点, 即静电力做功的多少与路径无关, 只与电荷在电场中的始末位置有关. 电荷在电场中也具有势能, 我们称这种形式的能为**电势能**, 用 E_p 表示.

如果用 W_{AB} 表示电荷由 A 点运动到 B 点静电力所做的功, 用 E_{pA} 表示电荷在 A 点所具有的电势能, 用 E_{pB} 表示电荷在 B 点所具有的电势能, 那么它们之间的关系为

$$W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}.$$

也可以表示为

$$W_{AB} = -\Delta E_p.$$

当 $W_{AB} > 0$ 时, $E_{pA} > E_{pB}$, 静电力做正功, 电势能减小;

当 $W_{AB} < 0$ 时, $E_{pA} < E_{pB}$, 静电力做负功, 电势能增大.

这满足保守力做功的规律.

应该注意, 电势能是相互作用的电荷所共有的, 或者说是电荷及对它作用的电场所共有的. 我们刚才说某个电荷的电势能, 只是一种简略的说法.

电势能的相对性

静电力做的功只能决定电势能的变化量,而不能决定电荷在电场中某点电势能的数值.只有先把电场中某点的电势能规定为 0,才能确定电荷在电场中其他点的电势能.

通常,我们把电荷在离场源电荷无限远处的电势能规定为 0,或把电荷在大地表面的电势能规定为 0.

规定离场源电荷 Q 无限远处的电势能为 0,若将一个电荷 q 从 A 点移动到无限远处,根据 $W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$ 可得

$$W_{A \rightarrow \infty} = E_{pA} - 0 = E_{pA}.$$

由此可知,如果规定无限远处的电势能为 0,那么电场中某电荷的电势能,等于将该电荷从该点移动到无穷远处静电力所做的功.

11.4.2 电势

如何从能量的角度描述电场的性质呢?

同一物体在地球上不同位置的重力势能不尽相同,不同物体在地球上同一位置的重力势能也不尽相同.类似地,根据电场力做功与电势能变化的关系可知,同一电荷在电场中的不同位置上的电势能不尽相同,不同电荷在电场中的同一位置上的电势能也不尽相同.

进一步的实验表明,置于某一点的试探电荷 q ,如果它的电荷量变为原来的 n 倍,其电势能也变为原来的 n 倍.电势能与电荷量之比却是一定的,这个比仅由电场决定,和电场强度一样,它与试探电荷置入与否无关.可见,这个比像电场强度从电场力的角度描述电场一样,从能量的角度客观地反映了电场的性质.

试探电荷在电场中某一点的电势能与它的电荷量之比,叫作电场在这一点上的**电势**.如果用 φ 表示电势,用 E_p 表示试探电荷 q 的电势能,则

$$\varphi = \frac{E_p}{q}.$$

在国际单位制中,电势的单位是**伏特**,符号是 V.在电场中的某一点,如果电荷量为 1 C 的电荷在这点的电势能是 1 J,这一点的电势就是 1 V,即 $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$.也就是说,电场中任意一点的电势数值上等于单位正电荷在该点所具有的电势能.

假如正的试探电荷沿着电场线的方向向外移动,它的电势能是逐渐减少的.可以说,沿着电场线方向电势逐渐降低.

电势跟电势能一样,其数值不具有绝对意义,只具有相对意义.只有规定了某处的电势为 0 后,才能确定电场中其他各点的电势的值.如果规定无穷远处为零电势点,那么正电荷附近的电势大于 0,负电荷附近的电势小于 0.

电势只有大小,没有方向,是个标量.多个点电荷在空间某点产生电场的电势,为每个点电荷在该点产生电势的代数和.这个规律叫作电势叠加原理.

11.4.3 电势差

选择不同的位置作为零电势点, 电场中某点电势的数值也会改变, 但电场中某两点之间电势的差值却保持不变.

在电场中, 两点之间电势的差值叫作**电势差**, 电势差也叫作**电压**. 如果电场中 A 点的电势为 φ_A , B 点的电势为 φ_B , 用 U_{AB} 表示 A, B 两点间的电势差, 则有

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B.$$

如果反过来计算 B 点与 A 点的电势差, 则有

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A.$$

显然 $U_{AB} = -U_{BA}$.

电势差是标量, 只有大小, 没有方向. 当 A 点电势比 B 点电势高时, U_{AB} 为正值; U_{BA} 则为负值. 在国际单位制中电势差的单位也是伏特.*

静电力做功与电势差的关系

将点电荷 q 从 A 点移向 B 点, 静电力做的功 W_{AB} 为电荷 q 在这两点所具有的电势能之差. 由此可以导出静电力做功与电势差的关系.

$$\begin{aligned} W_{AB} &= E_{pA} - E_{pB} = q\varphi_A - q\varphi_B \\ &= q(\varphi_A - \varphi_B) \\ &= qU_{AB}. \end{aligned}$$

即

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}.$$

或者

$$W_{AB} = qU_{AB}.$$

因此, 知道了电场中两点的电势差, 就可以很方便地计算在这两点之间移动电荷时静电力做的功, 而不必考虑静电力和电荷移动的路径. 因此, 在物理学中, 电势的差值往往比电势更重要.

例 4 在静电场中, 将一电荷量 $q = -1.5 \times 10^{-6} \text{ C}$ 的电荷从 A 点移向 B 点, 电势能减少 $3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$. 如果将该电荷从 C 点移向 A 点, 克服静电力做功 $1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$. 取无穷远处为零电势点.

- (1) 求 A, B 两点间的电势差, A, C 两点间的电势差和 B, C 两点间的电势差;
- (2) 若将此电荷从 A 点移动至无穷远处, 克服静电力做功为 $6.0 \times 10^{-4} \text{ J}$, 求电荷在 A 点的电势能;
- (3) 若规定 C 点处电势为 0, 求 A 点电势和电荷在 B 点的电势能;
- (4) 如果将电荷量为 $2.0 \times 10^{-6} \text{ J}$ 的正电荷从 A 点移向 B 点, 求静电力做的功.

*物理量的加减运算不改变其单位, 因此电势差与电势的单位相同.

解 (1) 电荷从 A 点移向 B 点, 电势能减少 3.0×10^{-4} J, 说明静电力做功 3.0×10^{-4} J. 根据静电力做功与电势差的关系, A, B 间的电势差

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{3.0 \times 10^{-4}}{-1.5 \times 10^{-6}} \text{ V} = -200 \text{ V}.$$

电荷从 C 点移向 A 点, 克服静电力做功 1.5×10^{-4} J, 说明从 A 点移向 C 点, 静电力做功 1.5×10^{-4} J. 同样, 根据静电力做功与电势差的关系, A, C 间的电势差

$$U_{AC} = \frac{W_{AC}}{q} = -100 \text{ V}.$$

根据电势差的定义, 有

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B, \quad (\text{i - a})$$

$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C, \quad (\text{i - b})$$

$$U_{BC} = \varphi_B - \varphi_C. \quad (\text{i - c})$$

由 (i - a) (i - b) 两式可得, B, C 两点间的电势差

$$U_{BC} = U_{AC} - U_{AB} = -100 \text{ V} - (-200 \text{ V}) = 100 \text{ V}.$$

(2) 以无穷远处为零电势点时, 电场中某电荷的电势能, 等于将该电荷从该点移动到无穷远处静电力所做的功. 因此电荷在 A 点的电势能

$$E_{pA} = W_{A \rightarrow \infty} = -6.0 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

(3) 规定 C 点处电势为 0, 即 $\varphi_C = 0$, 那么由 (i - b) 式可得, A 点处的电势

$$\varphi_A = U_{AC} + \varphi_C = U_{AC} = -100 \text{ V}.$$

根据电势的定义, B 点的电势等于电荷 q 在 B 点的电势能除以它的电荷量, 即

$$\varphi_B = \frac{E_{pB}}{q}. \quad (\text{ii})$$

由 (i - c) 式和 (ii) 式可得 $E_{pB} = -1.5 \times 10^{-4}$ J.

(4) 将电荷量为 2.0×10^{-6} J 的正电荷从 A 点移向 B 点, 静电力做的功为

$$W_{AB} = q'U_{AB} = -1.5 \times 10^{-6} \times (-200 \text{ J}) = 3.0 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

即静电力做正功 3.0×10^{-4} J.

由例 4 的 (i - a) (i - b) (i - c) 三式, 可以总结出三点中各两点间电势差的关系. 这个关系看起来就像数学中矢量的加减法, 即

$$U_{AB} + U_{BC} = U_{AC},$$

$$U_{BC} - U_{AC} = U_{AB}.$$

11.5 电场的图形描述

11.5.1 电场线

前面我们已经了解过了电场线, 现在我们来总结一下它的特点.

1. 电场线从正电荷或无限远出发, 终止于无限远或负电荷.
2. 电场线在电场中不相交, 这是因为在电场中任意一点的电场强度不可能有两个方向.
3. 电场线上各点的切线方向是该点电场强度的方向.
4. 电场的疏密反映了电场的强弱, 电场线越密, 电场越强.
5. 电场线不是客观存在的, 是为了形象描述电场而假想的.

电场线反映了某点电场的强弱. 例如, 我们知道, 等量同种电荷连线的中点处电场强度为 0, 因此, 在绘制电场线时, 这一点是空出来的, 代表这一点无电场.

电荷运动的轨迹与电场线一般不重合. 若电荷只受静电力的作用, 仅在以下情况下两者重合:

1. 电荷由静止释放; 或者
2. 电荷有初速度, 且初速度方向与电场线方向平行.

11.5.2 等势面

电荷在电场中沿垂直于电场方向移动时电场力不做功, 电荷的电势能不发生变化, 说明电场中的这些点的电势相等. 电场中电势相同的各点构成的面叫作**等势面**. 等势面和电场线相似, 也是用来形象地描述电场的.

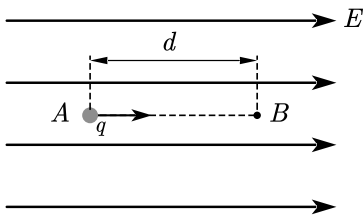
根据等势面的定义, 要使得同一个面上的各点电势相同, 需使得同一电荷在这个面上各点的电势能相同. 即电荷在这个面上运动时, 静电力不做功, 应有静电力的方向时刻跟等势面垂直, 即与电场线垂直. 否则, 电场强度就有一个沿着等势面的分量, 在等势面上移动电荷时静电力就要做功, 这与这个面是等势面矛盾. 前面已经说过, 沿着电场线方向电势逐渐降低. 因此, 概括起来就是: **电场线跟等势面垂直, 并且由电势高的等势面指向电势低的等势面.**

等势面还有以下特点.

1. 电势不同的等势面不会相交, 因为某一点的电势是确定的.
2. 如果各等势面的电势是等差分布的 (称为等差等势面), 那么等势面越密, 电场强度越大. 这一点在学习了下一节之后便可以理解.

11.6 电势差与电场强度的关系

电场线是描述电场强度的, 等势面是描述电势的. 根据上一节的分析我们知道, 电场线和等势面的密集程度都与电场强度正相关, 换句话说, 电场线和等势面的疏密存在对应关系. 这表明电场强度和电势之间存在一定的联系. 下面我们以匀强电场为例讨论它们的关系.



如图 11.3, 假设电荷 q 在强度为 E 的匀强电场中沿着静电力 F 的方向从 A 点运动到 B 点, 电荷所受的静电力为 $F = qE$. 因为是匀强电场, 所以这个力是恒力, 它所做的功为

$$W = Fd = qEd. \quad (11.5)$$

除此之外, 静电力做功 W 与 A, B 两点间电势差 U_{AB} 的关系为

$$W = qU_{AB}. \quad (11.6)$$

图 11.3: 讨论匀强电场的电势差与
电场强度的关系

比较 (11.5) 与 (11.6), 得到

$$U_{AB} = Ed.$$

即: 匀强电场中两点间的电势差等于电场强度与这两点沿电场方向的距离的乘积.

电势差与电场强度的关系也可以写作

$$E = \frac{U_{AB}}{d}.$$

它的意义是, 在匀强电场中, 电场强度的大小等于两点之间的电势差与两点沿电场强度方向的距离之比, 也就是说, 匀强电场的电场强度在数值上等于沿电场强度方向上单位距离的电势差. 所以说, 电场强度的方向为电场中电势降低最快的方向.

应该注意, 上面的结论只适用于匀强电场. 对于非匀强电场, 我们可以利用微元的思想得到

$$E = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{-\Delta\varphi}{d} = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{U}{d}.$$

即电场强度反映电势随空间的变化率, 这类似于加速度与速度的关系. 对于非匀强电场的情况, 我们也可以用上式做定性判断.

上式表明, 两相邻等势线之间的电势差 U 相同时, 电场强度 E 越大的地方, 两相邻等势线之间的距离 d 越小, 这就是电场线较密的地方等势线也较密的原因.

由于电场强度与电势差的关系存在上述结论, 因此, 已知电场中任意三点的电势时, 可以将电势差最大的两点连线均分. 我们总能在连线上找到一点, 使它与第三点的电势相等. 连接该点与第三点就得到一条等势线, 而与等势线垂直的方向即为电场方向.

11.7 静电的防止与利用

11.7.1 静电平衡

把一个不带电的金属导体放到电场强度为 E_0 的电场中. 由于导体内的自由电子受静电力作用而定向移动, 使导体的两个端面出现等量的异种电荷, 这种现象叫作静电感应.

导体两侧出现的正负电荷在导体内部产生与外电场强度 E_0 方向相反的附加电场, 其电场强度为 E' . 这两个电场叠加, 使导体内部的电场减弱. 在叠加后的电场作用下, 仍有自由电子不断运动, 直到附加电场与外电场完全抵消, 即导体内部各点的电场强度 $E = 0$ 为止, 导体内的自由电子不再发生定向移动. 这时我们说, 导体达到静电平

衡状态。

处于静电平衡状态的导体，其内部的电场强度处处为 0。此时整个导体的电势处处相等，我们说整个导体是个等势体，它的表面是个等势面。

由于处于静电平衡的导体表面是等势面，因此对于导体产生的附加电场来说，它表面任意点的电场强度方向与其表面垂直。

11.7.2 电荷的分布特点

由于带有同种电荷量的电荷相互排斥，所以它们尽可能“互相远离”，因此带电导体的电荷分布在外表面。

除此之外，受导体的形状影响，曲率半径大的地方电荷的密度小，曲率半径小的地方电荷的密度大。这就导致细而尖的地方电荷的分布密度大，于是这里的电场强度也越大。

在一定条件下，导体尖端周围的强电场足以使空气中残留的带电粒子发生剧烈运动，并与空气分子碰撞从而使空气分子中的正负电荷分离。这个现象叫作**空气的电离**。那些所带电荷与导体尖端的电荷符号相反的粒子，由于被吸引而奔向尖端，与尖端上的电荷中和，这相当于导体从尖端失去电荷。这种现象叫作**尖端放电**。避雷针就是利用了这个原理。

11.7.3 静电屏蔽

我们把一个带空腔的导体置于电场中。静电平衡时，根据电荷的分布特点，这个导体的自由电荷都分布在外表面，其内表面没有电荷。没有电荷也就没有电场，所以导体内壁的电场强度为 0，即电场线只能在空腔之外，不能进入空腔之内。所以导体壳内空腔里的电场强度也处处为 0。也就是说，**导体内部不受外部电场的影响**。这种现象叫作**静电屏蔽**。

上面的例子中，我们屏蔽了外电场。那么如果带空腔的导体内部有一个带正电的点电荷，如何屏蔽这个点电荷的电场呢？在正常情况下，导体内壁将被感应出负电荷，其外壁带有等量的正电荷。这些正电荷将形成电场，并且这些正电荷所带的电荷量之和等于该点电荷的电荷量。

如果将这个空腔的外表面接地，那么正电荷将沿导线流向大地。这样，电场终于了空腔内表面的负电荷，我们成功的屏蔽了内电场。概括地说，**接地的封闭导体壳内部的电场对壳外空间没有影响**。

11.7.4 静电吸附

静电虽然会有危害，但也可以利用。在电场中，带电粒子受到静电力作用，向着电极运动，最后会被吸附在电极上。这一原理在生产技术上被广泛应用。

静电除尘 设法使空气中的尘埃带电，在静电力作用下，尘埃到达电极而被收集起来，这就是静电除尘。静电除尘用于粉尘较多的各种场所，除去有害的微粒，或者回收物资，如回收水泥粉尘。

静电喷漆 接负高压的涂料雾化器喷出的油漆微粒带负电，在静电力作用下，这些微粒向着作为正极的工件运动，并沉积在工件的表面，完成喷漆工作。

静电复印 激光复印机也应用了静电吸附. 复印机的核心部件是有机光导体鼓, 它是一个金属圆柱, 表面涂覆有机光导体 (OPC)*. 没有光照时, OPC 是绝缘体, 受到光照时变成导体. 复印时, 有机光导体鼓被激光照射, 形成静电潜像. 未被照射到的位置保持正电荷, 被照射到的位置形成暗点. 暗点经过粉末盒, 吸附复印粉, 形成最终的打印图像.

11.8 电容

11.8.1 电容器

电容器是一种重要的电学元件. 两个彼此绝缘又相距很近的导体, 可以组成一个电容器. 在两个相距很近的平行金属板中间夹上一层绝缘物质——电介质 (空气也是一种电介质), 就组成一个最简单的电容器, 叫作**平行板电容器**. 这两个金属板叫作**电容器的极板**.

通过实验, 我们发现: 电容器充电的过程中, 接在平行板电容器两端的电压表示数迅速增加, 随后稳定在某一数值, 这表明电容器两极板间有一定的电势差; 通过观察电流表的偏转方向可以知道, **电流从电源正极流向电容器的正极板, 同时, 电流从电容器的负极板流向电源的负极**, 这使两极板的电荷量增加, 极板间的电场强度增大, 电源的能量不断储存在电容器中. 随着两极板之间电势差的增大, 充电电流逐渐减小至 0, 此时电容器两极板带有一定的**等量异种电荷**. 即使断开电源, 两极板上的电荷由于相互吸引而仍然被保存在电容器中.

放电的过程中, 电流从电容器的正极板经过用电器流向电容器的负极板. 此时两极板所带的电荷量减小, 电势差减小, 放电电流也减小, 最后两极板电势差以及放电电流都等于 0. 电容器把储存的能量通过电流做功转化为电路中其他形式的能量.

11.8.2 电容

前面的实验表明, 电容器两极板之间的电势差增大时, 电容器所带的电荷量也在增加. 电容器所带的电荷量跟两极板间的电势差是否存在某种定量关系?

精确的实验表明, 一个电容器所带的电荷量 Q 与两极板间的电势差 U 之比是不变的. 不同的电容器, 这个比一般是不同的, 可见电荷量 Q 与电势差 U 之比表征了电容器本身的特性.

电容器所带的电荷量 Q 与电容器两极板之间的电势差 U 之比*, 叫作**电容器的电容**. 用 C 表示, 则有

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (11.7)$$

上式表示, 电容器的电容在数值上等于使两个极板间电势差为 1 V 时电容器需要带的电荷量. 这类似于用不同的容器装水, 要使容器中的水深相同, 横截面积大的容器需要的水多.

*20 世纪 90 年代以前没有有机光导体, 那时金属圆柱表面镀硒, 具有同样的功能, 圆柱叫作硒鼓. 现在仍然有人沿用这个名称.

*当电容器的两个极板的电荷量分别为 $+Q$ 和 $-Q$ 时, 我们认为该电容器所带的电荷量为 Q . 这个 Q 是一个正值.

国际单位制中, 电容的单位是法拉, 简称法, 符号是 F.

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}.$$

实际中常用的单位还有微法 (μF) 和皮法 (pF), 它们与法拉的关系是

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F},$$

$$1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}.$$

加在电容器两极板上的电压不能超过某一限度, 超过这个限度, 电介质将被击穿, 电容器损坏. 这个极限电压叫作**击穿电压**. 电容器外壳上标的是工作电压, 或称额定电压, 这个数值比击穿电压低.

11.8.3 平行板电容器

平行板电容器

平行板电容器是最简单的, 也是最基本的电容器. 几乎所有电容器都是平行板电容器的变形. 平行板电容器的电容是由哪些因素决定的呢?

通过实验可以得出如下结论: 减小平行板电容器两极板的正对面积, 增大两极板之间的距离都能减小平行板电容器的电容; 而在两极板之间插入电介质, 却能增大平行板电容器的电容.

理论分析表明, 当平行板电容器的两极板之间是真空时, 电容 C 与极板的正对面积 S , 极板间的距离 d 的关系为

$$C = \frac{S}{4\pi kd}.$$

式中 k 是静电力常量.

当两极板之间充满同一种介质时, 电容变大为真空时的 ϵ_r 倍, 即

$$C = \frac{\epsilon_r S}{4\pi kd}. \quad (11.8)$$

这就是**平行板电容器电容的决定式**. 其中 ϵ_r 是一个常数, 与电介质的性质有关, 称为**相对介电常数**. 相对介电常数以真空作为标准. 空气的相对介电常数与真空非常接近, 我们在计算时通常也取 1.

上式也可以表示为

$$C \propto \frac{\epsilon_r S}{d}.$$

即: 当相对介电常数一定时, 平行板电容器的电容与两极板的正对面积 S 成正比, 与两极板间的距离 d 成反比.

平行板电容器的电场强度

平行板电容器的两个极板间带有等量的异种电荷, 我们知道两极板间会产生静电场. 下面我们来推导平行板电容器的电场强度.

由于平行板电容器的两极板所带正负电荷相等, 两极板平行正对, 各处对应的正负电荷间距离相等, 所以电场线应当是均匀且平行的, 即各点的电场强度的大小和方向均相同. 因此平行板电容器两极板间的电场为匀强电场.*

根据匀强电场中电势差与电场强度的关系, 电势差为 U , 距离为 d 两极板间的电场强度 $E = \frac{U}{d}$. 如果这个电容器的电容为 C , 两极板所带的电荷量为 Q , 那么由电容的定义式可得 $U = \frac{Q}{C}$. 联立以上两式可得

$$E = \frac{Q}{Cd}.$$

代入平行板电容器电容的决定式 (11.8), 得到

$$E = \frac{4\pi kQ}{\epsilon_r S}. \quad (11.9)$$

值得一提的是, 这个表达式里面, 没有两板间距 d , 即两极板间的电场强度与两极板的距离无关. 另一方面, 该表达式表明: 当相对介电常数一定时, 两极板间的电场强度正比于极板上的电荷面密度 $\frac{Q}{S}$, 即

$$E \propto \frac{Q}{S}.$$

如果用 σ 表示电荷的面密度, 那么上式就可以简单的表示为

$$E \propto \sigma.$$

事实上, 带电体附近的电场强度, 本就是直接由带电体上的电荷分布决定的. 由于导体所带电荷只分布在其表面, 因此其附近的电场强度只取决于导体表面的电荷面密度.

根据这一点, 我们就能更直观的分析平行板电容器充放电的机制.

平行板电容器的充放电机理

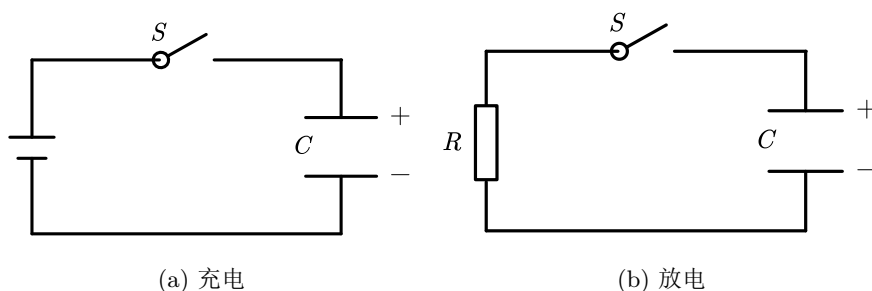


图 11.4: 平行板电容器的充放电

先分析充电的机制.

如图 11.4a, 开关 S 闭合前, 电容器不带电荷. 则由平行板电容器的电场强度公式 (11.9) 和 $U = Ed$ 可知, 电容器两极板间的电势差 $U = 0$. 取电源负极与电容器负极板为零电势, 则有电源正极电势高于电容器正极板电势. 因此, 开关闭合, 就必然在导线中形成顺时针方向的充电电流, 直到电容器正极板与电源正极等势.

当极板间距 d 变小时, 设极板上的电荷量不变, 则由平行板电容器的电场强度公式 (11.9) 和 $U = Ed$ 可知, 两

*严格地讲, 平行板电容器只有中间部分是匀强电场, 而边沿不是.

板间电势差 U 减小, 电源正极电势高于电容器正极板电势, 又将在导线中形成顺时针方向的充电电流, 直到电容器正极板与电源正极等势.

由上述分析可知, 电容器充电的条件是电容器两极板间的电压低于与其并联部分两端的电压.

接下来分析放电机制.

如图 11.4b, 当开关闭合时, 电容器正极板电势高于负极板. 则电容器正极板将通过电阻形成放电电流.

若使两板间距 d 增大, 设极板上的电荷量不变, 则由平行板电容器的电场强度公式 (11.9) 和 $U = Ed$ 可知, 两板间电势差 U 增大, 电容器正极板电势高于电阻 R 上端的电势, 将在导线中形成逆时针方向充电电流, 直到电容器正极板与电阻 R 上端等势.

从上述分析可知, 电容器放电的条件是电容器两极板间的电压高于与其并联部分两端的电压.

11.8.4 电容器的动态分析

将电容为 C , 两板间距为 d 的平行板电容器接在电路中, 电源提供的电压恒为 U . 并将下极板接地 (图 11.5).

如果我们将 A 极板向下移动, 那么两极板的间距 d 减小. 由平行板电容器电容的决定式 (11.8) 可知, 电容 C 增大. 两板间的电压 U 是恒定的, 根据匀强电场中电势差与电场强度的关系 $U = Ed$, 可知电容器中的电场强度 E 减小. 将这个装置竖直放置在重力场内, 再在 M 点放置一带电粒子, 如果移动 A 板前粒子静止 (由此可知粒子带负电), 那么移动 A 板后, 粒子将向下移动.

下面我们来分析 M 点的电势如何变化.

规定大地的电势为 0, 则 B 板的电势为 0. 移动 A 板前, A 板与 M 点的电势差

$$U_{AM} = U - U_{MB} = U - \varphi_M.$$

由此可得 M 点的电势

$$\varphi_M = U - U_{AM} = U - Ed_{AM}.$$

因为 U 不变, E 和 d_{AM} 都减小了, 所以 M 点的电势增加.

现在, 我们把电容器从电路中取出, 仍把下极板接地 (图 11.6). A 板带有电荷量为 Q 的电荷.

我们将 A 极板向下移动, 那么两极板的间距 d 减小. 由平行板电容器电容的决定式 (11.8) 可知, 电容 C 增大. 此时, 两板间的电压不再恒定, 但所带的电荷量 Q 是恒定的. 根据 (11.9), 电容器中的电场强度 E 不变. 将这个装置竖直放置在重力场内, 再在 M 点放置一带电粒子, 如果移动 A 板前粒子静止, 那么移动 A 板后, 粒子仍静止.

类似前面的分析过程, M 点的电势为

$$\varphi_M = U - U_{AM} = U - Ed_{AM}.$$

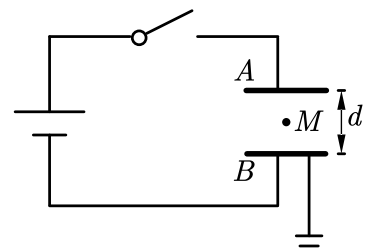


图 11.5: 电容器的动态分析

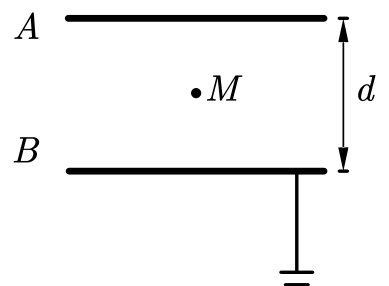


图 11.6: 电容器的动态分析

因为 E 不变, d_{AM} 减小, 所以 M 点的电势减小.

11.9 带电粒子在匀强电场中的运动

分析带电粒子加速的问题, 常常有两种思路: 一种是利用牛顿第二定律

$$qE = ma,$$

结合匀变速直线运动公式来分析; 另一种是利用静电力做功, 结合动能定理

$$qU = \Delta E_k$$

来分析.

当解决的问题属于匀强电场且涉及运动时间等描述运动过程的物理量时, 适合运用前一种思路分析; 当问题只涉及位移, 速率等动能定理公式中的物理量或非匀强电场* 情景时, 适合运用后一种思路分析.

11.9.1 匀强电场中的直线运动

在匀强电场中, 由静止释放一个质量为 m , 电荷量为 q 的粒子 (可视为点电荷). 该粒子从 A 点运动到 B 点, 且 A, B 两点之间的电势差为 U_{AB} . 对粒子从 A 点到 B 点的过程应用动能定理, 有

$$qU_{AB} = \frac{1}{2}mv^2.$$

所以, 粒子到达 B 点时的速度

$$v = \sqrt{\frac{2qU_{AB}}{m}}.$$

如果这个匀强电场由平行板电容器产生, 两极板间的电压为 U , 两板间距为 d , 匀强电场的强度为 E , 粒子在极板间由静止释放, 加速度为 a , 则

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

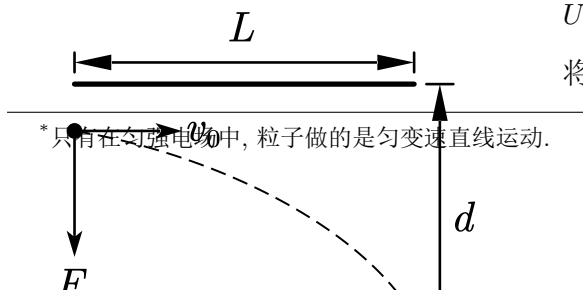
由匀强电场中电场强度与电势差的关系 $U = Ed$, 得

$$a = \frac{qU}{md}.$$

11.9.2 匀强电场中的类平抛运动

在匀强电场中, 以垂直于电场线的初速度 v_0 发射一个电荷量为 q 的粒子. 若不计粒子的重力, 则该粒子在电场中只受垂直于初速度方向的电场力作用. 这类似于平抛运动, 只是重力在这里变成了电场力.

仍然假设这个匀强电场由平行板电容器产生. 两极板间的电压为 U , 板长为 L , 两板间距为 d (图 11.7). 根据平抛运动的知识, 我们考虑将粒子的运动分解成沿初速度 v_0 方向的匀速直线运动, 以及沿电场力



F 方向的匀加速直线运动. 粒子沿电场力方向有加速度 a . 根据牛顿第二定律, 得

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md}.$$

如果粒子沿垂直于电场线的方向从平行板电容器的一侧飞入, 并从另一侧飞出, 那么粒子在电场中沿 v_0 方向的位移为板长 L . 沿 F 方向的位移 y 称为粒子在电场中的侧移量.

粒子沿 v_0 方向的运动是匀速直线运动, 有 $L = v_0 t$. 所以粒子的运动时间

$$t = \frac{L}{v_0}.$$

粒子沿 F 方向的运动是匀加速直线运动, 加速度 $a = \frac{qU}{md}$. 所以粒子的侧移量

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qUL^2}{2mdv_0^2}. \quad (11.10)$$

这就是理想情况下粒子在平行板电容器内做类平抛运动的侧移量方程. 式中, 板长 L 也可换成任意的水平位移 x .

粒子沿电场力 F 方向的位移为侧移量 y , 所以电场力做的功 $W = Fy = qEy$. 由动能定理得

$$qEy = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2.$$

所以粒子离开电场时的速度

$$v = \sqrt{\frac{2qEy}{m} + v_0^2}.$$

偏转角规律 设粒子在电场中的速度偏转角为 θ , 位移偏转角为 φ , 则根据几何关系有

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{at}{v_0} = \frac{qUL}{mdv_0^2}. \quad (11.11)$$

$$\tan \varphi = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{v_0 t} = \frac{qUL}{2mdv_0^2}.$$

所以

$$\tan \theta = 2 \tan \varphi.$$

刚刚我们主要研究的是侧移量 y . 当粒子沿 v_0 方向的位移不是板长 L 时, 我们可以换个角度入手, 用 y 表示 x . 这类似于我们之前研究平抛运动的思路.

由 $y = \frac{1}{2}at^2$, 可得粒子的运动时间

$$t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = \sqrt{\frac{2my}{qE}}.$$

所以粒子沿 v_0 方向的位移

$$x = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2my}{qE}}.$$

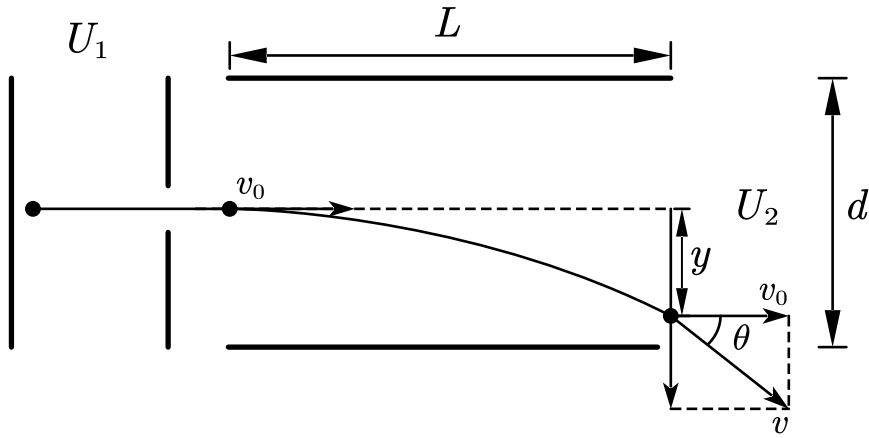


图 11.8: 匀强电场中的加速与偏转

11.9.3 匀强电场中的加速与偏转

现在, 我们将直线运动和类平抛运动结合起来. 电荷量为 q , 质量为 m 的粒子由静止开始, 先通过电压为 U_1 的加速电场, 再通过板长为 L , 两板间距为 d , 电压为 U_2 的偏转电场 (图 11.8).

如果粒子进入偏转电场时的速度为 v_0 , 由动能定理有

$$qU_1 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

由上式解得

$$v_0 = \sqrt{\frac{2qU_1}{m}}.$$

设粒子离开偏转电场时的侧移量为 y , 把 v_0 代入 (11.10) 式, 可得

$$y = \frac{qU_2L^2}{2mdv_0^2} = \frac{U_2L^2}{4U_1d}.$$

设粒子离开偏转电场时的速度 v 与 v_0 的夹角为 θ , 把 v_0 代入 (11.11) 式可得

$$\tan \theta = \frac{qU_2L}{mdv_0^2} = \frac{U_2L}{2U_1d}.$$

由以上过程可知, 粒子的偏移量 y , 偏转角度 θ 与粒子的电荷量 q 和质量 m 均无关; 与偏转电场的电压 U_2 成正比, 与加速电场的电压 U_1 成反比, 即

$$y \propto \frac{U_2}{U_1}, \quad \tan \theta \propto \frac{U_2}{U_1}.$$

第十二章 电路

12.1 电源和电流

12.1.1 电源

有 A, B 两个完全相同的金属导体, 分别带有正, 负电荷. 用导线 H 把它们相连, B 失去电子, A 得到电子, 导线中产生由 A 到 B 的电流. 很快, A, B 之间的电势差消失, 成为等势体. 这种情况下, 导体 H 中的电流只是瞬间的.

自由电子的定向运动使两个带电体成为等势体, 自由电子不能持续定向流动. 如何才能使导线 H 中存在持续的电流呢?

如果在 A, B 间再增加一个装置 P (图 12.1), 这个装置可以把 A 中的电子取走给 B, 使 A, B 之间始终存在一定数量的正, 负电荷, 所以, A 的电势将高于 B, 它们之间存在一定的电势差.

能把电荷从 A 搬运到 B 的装置 P 就是**电源**. A 和 B 分别是电源的正极和负极. 在导线 H 中, 电子从电源负极移向电源正极.

电闪雷鸣时, 强大的电流使天空不时发出耀眼的闪光, 但它只能存在于一瞬间; 而手电筒中的小灯泡却能持续发光, 这是因为手电筒的电路中有电源, 使得电流能够持续存在.

12.1.2 恒定电场

我们知道, 电流是自由电荷定向移动形成的. 在电源 P 的外部, 导线 H 中的电荷发生定向移动, 这是因为空间内存在电场; 在电源 P 的内部, 有静电力之外的其他力做功*, 迁移着电源内部的电荷, 使 A, B 间存在恒定的电势差. 这样, 形成电场的电荷得以稳定分布着.

当形成电场的电荷稳定分布时, 这个电场也是稳定的. 尽管这些电荷也在运动, 但有的流走了, 另外的又来补充. 这种稳定分布的电荷形成的稳定的电场, 叫作**恒定电场**.

需要指出的是, 恒定电场是由运动的电荷形成的; 而静电场是由静止电荷形成的电场. 所以恒定电场并不是静电场.

由于在恒定电场中, 任何位置的电荷分布和电场强度都不随时间变化, 所以它的基本性质与静电场相同. 在静

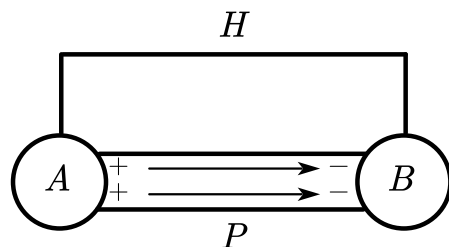


图 12.1: 电源的示意图

* 12.5.2 节介绍了这个内容.

电场中所讲的电势, 电势差及其与电场强度的关系等, 在恒定电场中同样适用.

处在恒定电场中的导体, 其中的自由电荷发生定向移动. 在移动的过程中, 电荷与导体中不动的粒子不断发生碰撞, 阻碍了电荷的移动, 结果是大量自由电荷定向运动的平均速率不随时间变化. 如果在这个电路中并联一个电流表, 那么电流表的示数将保持恒定. 我们把大小和方向都不随时间变化的电流称为**恒定电流**. 下面我们就来研究恒定电流.

12.1.3 电流

恒定电流的强弱程度体现为单位时间内通过导体某一横截面的电荷量, 这个物理量叫作**电流**. 单位时间内通过导体横截面的电荷量越多, 电流就越大. 如果用 I 表示电流, q 表示在时间 t 内通过导体横截面的电荷量, 则有

$$I = \frac{q}{t}.$$

在国际单位制中, 电流的单位是**安培**, 符号是 A. 电流是七个基本物理量之一. 由上式可知

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}.$$

我们规定, 正电荷定向移动的方向为电流的方向. 若电流是自由电子的定向移动形成的, 则电流的方向与自由电子的移动方向相反. 尽管电流有方向, 但这只是我们人为规定的. 电流是个标量, 在运算时遵循代数法则.

电流的形成条件有三个: 一是导体内存在自由电荷, 二是导体两端存在电势差, 三是电路闭合.

12.1.4 电流的微观本质

通常情况下, 金属中的自由电子不断地做无规则的热运动, 它们朝任何方向运动的机会都一样. 从宏观上看, 没有自由电子的定向移动, 因而也没有电流. 如果导体两端有电势差, 在导体内部就建立了电场, 导体中的自由电子就要受到静电力的作用. 这样, 自由电子在导体中除了做无规则的热运动外, 还要在静电力的作用下定向移动, 从而形成电流.

设导体的横截面积为 S , 自由电子数密度 (单位体积内的自由电子数) 为 n , 自由电子定向移动的平均速率为 v , 则时间 t 内通过某一横截面的自由电子数为 $nSvt$. 由于电子电荷量为 e , 因此, 时间 t 内通过横截面的电荷量 $q = neSvt$. 根据电流的公式 $I = \frac{q}{t}$, 就可以得到电流和自由电子定向移动平均速率的关系

$$I = neSv.$$

如果在导体中移动的不是自由电子, 而是平均电荷量为 q 的自由电荷, 那么这个关系为

$$I = nqSv. \quad (12.1)$$

这就是电流的微观解释式.

例 1 一根横截面积为 S 的均匀长直橡胶棒上带有均匀的电荷, 每单位长度上的电荷量为 Q . 当此棒沿轴线方向做速度为 v 的匀速直线运动时, 求由于棒运动而形成的等效电流大小.

解 棒沿轴线方向做速度为 v 的匀速直线运动, 就相当于棒内的电荷定向移动的平均速率为 v . 则电荷通过单

位长度 d 的时间

$$t = \frac{d}{v}.$$

由公式 $I = \frac{q}{t}$ 得

$$I = \frac{qv}{d}.$$

其中 q 是电荷在单位时间 t 内通过导体的电荷量. 由题意得 $Q = \frac{q}{d}$, 所以等效电流

$$I = Qv.$$

另一方面, 根据公式 $I = nqSv$ (其中 n 为电荷数密度, q 为每个电荷的电荷量, S 为橡胶棒的横截面积), 由题意可知, 每单位长度上的电荷数为 $\frac{Q}{d}$, 即 $nS = \frac{Q}{d}$, 因此也有 $I = Qv$.

例 2 一个半径为 r 的均匀橡胶圈上带有均匀的电荷, 总电荷量为 Q . 当此圈以圆心为轴做线速度为 v 的匀速运动时, 求由于圈转动而形成的等效电流大小.

解 圈以圆心为轴做线速度为 v 的匀速圆周运动, 就相当于其中的电荷做线速度为 v 的匀速圆周运动. 则电荷转过一圈的时间

$$t = \frac{2\pi r}{v}.$$

由已知可得, 等效电流 I , 圈上的总电荷量 Q 与电荷转过一圈的时间 t 的关系为 $I = \frac{Q}{t}$. 因此

$$I = \frac{Qv}{2\pi r}.$$

12.2 导体的电阻

12.2.1 电阻

选取一个导体, 研究导体两端的电压随电流的变化情况. 实验发现, 同一个导体, 无论电流 I , 电压 U 怎样变化, $\frac{U}{I}$ 都是一个常量. 可以看出, 当电压 U 不变时, $\frac{U}{I}$ 越大, 电流 I 越小. 可见, 这个量反映了导体对电流的阻碍程度, 物理学把它叫作导体的**电阻**^{*}, 用 R 表示, 即

$$R = \frac{U}{I}.$$

从上式中解出电流 I , 可以得到

$$I = \frac{U}{R}.$$

这就是我们初中学过的**部分电路的欧姆定律**, 它表示在一段电路中, 通过某段导体的电流跟这段导体两端的电压成正比, 跟这段导体的电阻成反比.^{*}

^{*}一个导体接在电路中, 通常通过自身发热将电能转化为热, 这样的元件称为**电阻器**, 简称电阻. 说到“电阻”时, 要根据上下文判断指的是导体本身, 还是导体的电阻.

^{*}正是因为有这个规律, 所以我们才用电压与电流之比来定义电阻.

电阻的单位是欧姆, 简称欧, 符号是 Ω . 它是根据欧姆定律规定的: 如果某段导体两端的电压是 1 V, 流经这段导体的电流是 1 A, 这段导体的电阻就是 1 Ω . 所以, $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

12.2.2 影响电阻的因素

实验发现, 在一定温度下, 同种材料的导体, 其电阻 R 与它的长度 l 成正比, 与它的横截面积 S 成反比; 导体电阻还与它的材料有关. 这个规律称为电阻定律. 写成公式则是

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (12.2)$$

其中, ρ 与导体的材料性质有关. 不同材料的导体 ρ 一般不同. 由上式可知, 在长度, 横截面积不变的条件下, ρ 越大, 导体的电阻越大. ρ 叫作这种材料的电阻率.

在国际单位制中, 电阻率的单位是 Ω/m .

电阻率是反映导体材料导电性能的物理量. 各种材料的电阻率都随温度变化而变化. 金属的电阻率随温度的升高而增大; 有些合金 (比如锰铜, 镍铜) 的电阻率几乎不受温度影响; 半导体和电介质的电阻率随温度的升高而减小.

12.2.3 导体的伏安特性曲线

在实际应用中, 常用横坐标表示电压 U , 纵坐标表示电流 I , 这样画出的 $I-U$ 图像叫作导体的伏安特性曲线. 对于金属导体, 在温度没有显著变化时, 电阻几乎是不变的 (不随电流和电压改变), 它的伏安特性曲线是一条过原点的直线, 也就是电流 I 与电压 U 成正比 (图 12.2). 具有这种伏安特性的电学元件叫作线性元件.

欧姆定律是个实验定律, 实验中用的都是金属导体. 其他导体是否符合这个规律, 还需要实验的检验. 实验表明, 除金属导体外, 欧姆定律对电解质溶液也适用, 但对气态导体 (如日光灯管, 霓虹灯管中的气体) 和半导体元件并不适用. 也就是说, 在这些情况下电流与电压不成正比, 这类电学元件叫作非线性元件.

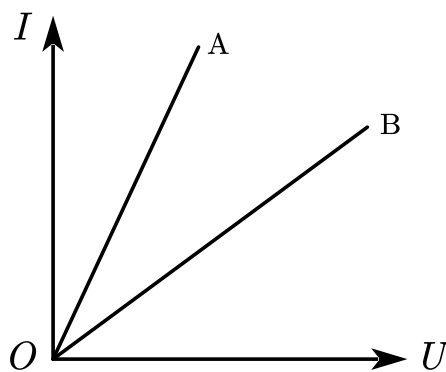


图 12.2: 线性元件的伏安特性曲线

12.3 电路

导线, 电源和用电器相连, 组成了电流可以流过的路径, 叫作**闭合电路**. 用电器和导线组成**外电路**, 电源内部是**内电路**.

12.3.1 串联电路与并联电路

如图 12.3a, 把几个导体 (用电器) 依次首尾连接, 再接入电路. 这样的连接方式叫作**串联**.

如图 12.3b, 把几个导体 (用电器) 的一端接在一起, 另一端也接在一起, 再将两端接入电路. 这样的连接方式叫作**并联**. 并联电路中两个导体 (用电器) 共用的那部分电路叫**干路**, 单独使用的那部分电路叫**支路**.

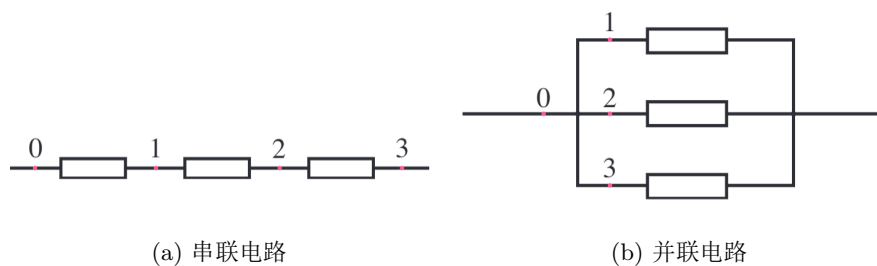


图 12.3: 串联和并联

串并联电路中的电流

我们知道, 恒定电流电路中各处电荷的分布是稳定的, 任何位置的电荷都不可能越来越多或越来越少. 在图 12.3a 所示的串联电路中, 既然电路中各处的电荷分布保持不变, 相同时间内通过 0, 1, 2, 3 各点的电荷量必然相等. 因此, **串联电路中的电流处处相等**.

在图 12.3b 所示的并联电路中, 只有在相同时间内流过于路的电荷量等于进入各支路各点的电荷量之和, 才能保证电路各处的电荷量的分布保持不变. 因此, **并联电路的总电流等于各支路电流之和**.

串并联电路中的电压

在图 12.3a 所示的串联电路中, 用 φ_i 表示 i 点处的电势, 用 U_{ij} 表示 i, j 两点之间的电势差, 那么

$$U_{01} = \varphi_0 - \varphi_1, \quad U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad U_{23} = \varphi_2 - \varphi_3.$$

因此

$$U_{01} + U_{12} + U_{23} = \varphi_0 - \varphi_3 = U_{03}.$$

即, **串联电路两端的总电压等于各部分电路两端电压之和**.

在图 12.3b 所示的并联电路中, 不考虑导线的电阻, 0, 1, 2, 3 各点之间没有电势差, 它们具有相同的电势. 同样, 几个电阻右边的电势也相同. 因此, **并联电路的总电压与各支路电压相等**.

串并联电路中的电阻

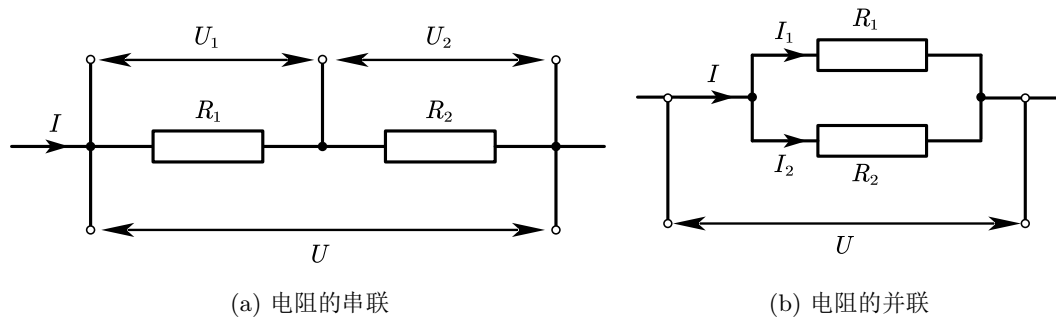


图 12.4: 电阻的串联和并联

两个电阻 R_1, R_2 串联起来接到电路里, 作为一个整体, 它相当于一个电阻 R (图 12.4a). 这个电阻的大小与原来两个电阻的大小有什么关系?

由于 R_1 与 R_2 是串联的, 它们两端的总电压 U 等于两个电阻两端电压 U_1, U_2 之和, 即

$$U = U_1 + U_2.$$

由 $R = \frac{U}{I}$, 通过这两个电阻的电流 I 相同, 上式两边都除以电流 I , 即

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I}.$$

可得

$$\boxed{R = R_1 + R_2.}$$

不难证明, 如果 n 个电阻串联, 那么

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n.$$

即, 串联电路的总电阻等于各部分电路电阻之和.

两个电阻 R_1, R_2 并联接到电路里, 作为一个整体, 它相当于一个电阻 R (图 12.4b). 通过它们的总电流 I 等于通过两个电阻的电流 I_1, I_2 之和, 即

$$I = I_1 + I_2.$$

由 $R = \frac{U}{I}$, 两个电阻上的电压 U 相同, 上式两边都除以电压 U , 即

$$\frac{I}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U}.$$

可得

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.}$$

上式也可以整理为

$$\boxed{R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.}$$

不难证明, 如果 n 个电阻并联, 那么

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}.$$

即, 并联电路总电阻的倒数等于各支路电阻的倒数之和.

分压原理 分流原理

我们知道, 在串联电路中, 电流处处相等. 把电阻为 R_1 和 R_2 的两个导体串联起来接到电路里 (图 12.4a), 它们两端的电压 U_1 和 U_2 有什么关系呢?

设流经这段电路的电流为 I , 根据部分电路的欧姆定律, 有

$$U_1 = IR_1, \quad U_2 = IR_2,$$

把它们联立求解, 消去 I , 就得到

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}}.$$

不难证明, 如果是 n 个电阻串联, 那么

$$U_1 : U_2 : \cdots : U_n = R_1 : R_2 : \cdots : R_n.$$

即, 串联电路中各导体两端的电压之比等于它们的电阻之比. 这就是串联电路的分压原理.

除此之外, 在并联电路中, 各支路的电压相等. 把电阻为 R_1 和 R_2 的两个导体并联接在一起 (图 12.4b), 根据部分电路的欧姆定律, 流经这两个支路的电流 I_1 和 I_2 满足

$$I_1 R_1 = I_2 R_2.$$

即

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}}.$$

同理, 如果 n 个电阻并联, 那么

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = \cdots = I_n R_n.$$

即, 并联电路中流经各支路的电流与各支路上的电阻成反比. 这就是并联电路的分流原理.

12.3.2 电压表和电流表

在电路实验当中, 常常需要使用电流表和电压表分别测量电路的电流和电压. 在这一小节, 我们学习如何用表头分别改装成电流表和电压表.

表头是量程很小的电流表, 又叫作灵敏电流计, 通常用 G 表示. 表头自身有电阻 R_g , 称为表头的内阻. 表头接入电路时, 与普通的电阻无异, 只是它能显示出流过自身的电流.

当表头的指针转到最大刻度线时, 通过表头的电流 I_g 叫作表头的满偏电流, 此时加在它两端的电压 U_g 叫作表头的满偏电压. R_g , I_g , U_g 三者之间的关系满足

$$U_g = I_g R_g. \quad (12.3)$$

电流表的改装

我们知道, 将表头串联在电路中, 它可以显示出流过自身的电流, 但它的量程一般都很小. 因此, 在测量较大的电流时, 应并联一个小电阻 R 作为分流电阻, 能够使得表头满偏时, 通过电流表两端的电流

$$I = \frac{U_g}{\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R}} = U_g \frac{R_g + R}{R_g R}$$

远大于表头的满偏电流 I_g , 也就是并联后的总电阻远小于表头的内阻 R_g . 这样, 我们就能利用表头测出比较大的电流.

并联一个阻值 R 为分流电阻, 电流表的量程相比于表头扩大了几倍?

如果我们要将电流表的量程从 I_g 扩大到 I , 设要并联的电阻为 R , 那么根据并联电路的分流原理有

$$\frac{I_g}{I - I_g} = \frac{R}{R_g}.$$

由此可得, 分流电阻

$$R = \frac{I}{I - I_g} R_g.$$

若用 n 表示量程的扩大倍数, 那么上式就是

$$R = \frac{1}{n - 1} R_g.$$

从中解出扩大倍数 n , 有

$$n = \frac{R_g + R}{R}.$$

此时改装成的电流表的内阻为

$$R_A = \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R} = \frac{R_g R}{R_g + R} = \frac{1}{n} R_g.$$

因此, 电流表的电阻 R_A 一般很小, 接近且略小于分流电阻 R . R 越小, 电流表的量程越大.

电压表的改装

表头可测出流过自身的电流, 我们可以通过 (12.3) 式进而计算出它两端的电压. 为了测量电路某一部分的电压, 我们把表头并联在这部分电路的两端, 从而保证表头上的电压与这部分电路的电压相等. 因此, **电压表是并联使用的.**

由于表头的满偏电压一般都很小, 在测量较大的电压时, 应串联一个电阻 R 作为分压电阻, 使得表头满偏时, 加在电压表两端的电压

$$U = I_g (R_g + R)$$

远大于表头的满偏电压 U_g , 也就是串联后的总电阻远大于表头的内阻 R_g . 这样, 我们就能利用表头测出比较大的电压.

串联一个阻值 R 为分压电阻, 电压表的量程相比于表头扩大了几倍?

如果我们要将电压表的量程从 U_g 扩大到 U , 设要串联的电阻为 R , 那么根据串联电路的分压原理有

$$\frac{U_g}{U - U_g} = \frac{R_g}{R}.$$

由此可得, 分压电阻

$$R = \left(\frac{U}{U_g} - 1 \right) R_g.$$

若用 n 表示量程的扩大倍数, 那么上式就是

$$R = (n - 1) R_g.$$

从中解出扩大倍数 n , 有

$$n = \frac{R_g + R}{R_g}.$$

此时改装成的电压表的内阻为

$$R_V = R + R_g = nR_g.$$

因此, 电压表的电阻 R_V 一般很大, 接近且大于分压电阻 R . R 越大, 电压表的量程越大.

12.3.3 等效电路

连接如图 12.5a 所示的电路, 电流从 1 流向 2. 为了算出 1, 2 间的等效电阻, 我们需要画出 1, 2 间一个简化的“等效电路”.

通过分析可知, R_1 与 R_5 串联, R_2 与 R_5 串联; R_1 与 R_2 并联, R_4 与 R_5 并联; R_3 直接接在 1, 2 的两端, 如图 12.5c 所示.

除了一个一个的分析, 我们还有技巧性的方法. 我们将电路中电势相等的点用相同的字母表示, 如图 12.5b 所示. 其中 $\varphi_A > \varphi_B > \varphi_C$.

因为电路中从 1 到 2 电势逐渐降低, 所以它等效于图 12.5c 所示的电路.

这与前面分析的结果是一致的. 并且因为相同的字母表示电势相等的点, 所以上支路和下支路的总电阻相等. 这种方法称为“节点法”.

12.4 电路中的能量转化

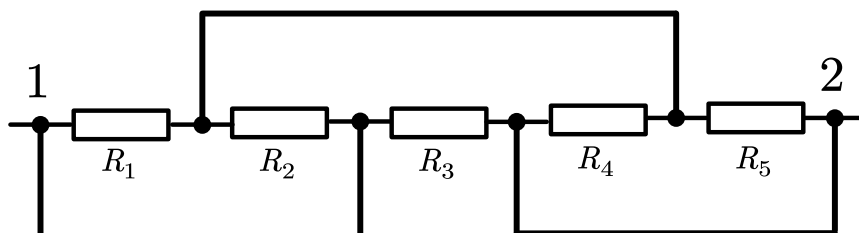
12.4.1 电功

我们知道, 电能转化为其他形式的能, 是通过电流做功来实现的. 电流做的功也叫作电功.

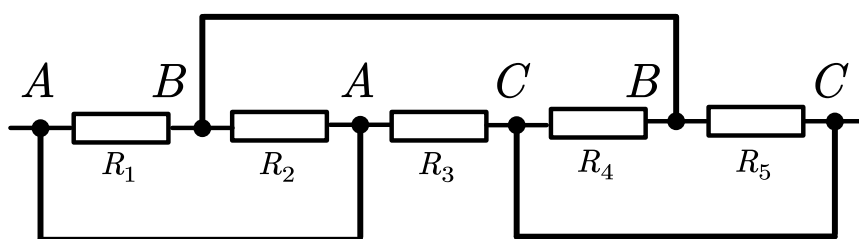
电流做功的实质是, 导体中的恒定电场对自由电荷的静电力在做功. 自由电荷在静电力的作用下做定向移动, 结果是电荷的电势能减少, 其他形式的能增加.

考虑一段电路中有电荷定向移动, 电流为 I , 则在时间 t 内流过该电路的电荷量为

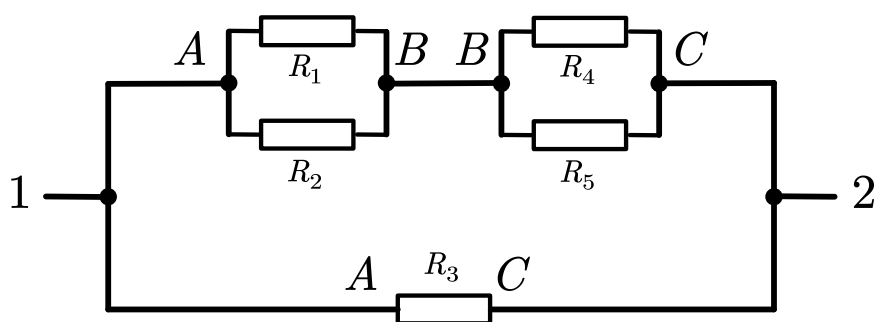
$$q = It.$$



(a) 简化前的电路



(b) 用“节点法”标注的电路



(c) 等效电路

图 12.5: 等效电路

如果这段电路两端的电势差为 U , 那么静电力做的功就是

$$W = Uq = UIt. \quad (12.4)$$

上式表示电流在一段电路中所做的功, 等于这段电路两端的电压 U , 电路中的电流 I , 通电时间 t 三者的乘积.

12.4.2 电功率

电流在一段电路中所做的功与通电时间之比叫作**电功率**, 用 P 表示. 由 $P = \frac{W}{t}$, 进而得到

$$\boxed{P = UI.} \quad (12.5)$$

这个公式表示, 电流在一段电路中做功的功率 P 等于这段电路两端的电压 U 与电流 I 的乘积.

其中, 电流, 电压和时间的单位分别是安培 (A), 伏特 (V) 和秒 (s), 电功和电功率的单位分别是焦耳 (J) 和瓦特 (W).

12.4.3 焦耳定律

我们知道, 电流做功一定会产生热. 如果电能全部转化为导体的内能, 那么电流在这段电路中做的功 W 等于这段电路产生的热量 Q , 即

$$Q = W = UIt.$$

这样的电路称为**纯电阻电路**. 电热水器这类用电器内部的电路就是纯电阻电路, 它消耗的电能全部转化为了内能.

由欧姆定律 $U = It$, 可以得到热量 Q 的表达式

$$\boxed{Q = I^2Rt.} \quad (12.6)$$

即, 电流通过导体产生的热量跟电流的二次方成正比, 跟导体的电阻及通电时间成正比. 这个结论是焦耳通过实验直接得出的, 称为**焦耳定律**, 电流做功产生的热称为**焦耳热**. 实验表明, 焦耳定律不仅对纯电阻电路适用, 对一般的电路也适用. 下一小节我们将讨论一般电路中的能量转化, 便可以理解为什么焦耳定律对一般电路也适用.

由于 $W = Q$, 所以此时的电功率

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Q}{t} = I^2R$$

就是电流通过导体发热的功率, 通常称为**热功率**, 即

$$\boxed{P_{\text{热}} = I^2R.} \quad (12.7)$$

这是焦耳定律更常用的一种形式.

需要再次强调, 尽管 (12.5) 和 (12.7) 两式都是电流做功的功率表达式, 但 (12.5) 式是在一般情况下推导的, 没有对电路做任何限制; 而推导 (12.7) 式时却要求 $W = Q$, 即电流做的功“全部变成热”, 也就是电能全部转化为导体的内能. 因此 (12.7) 式计算出的功率只是导体发热的功率, 并不包含电能转化为其它形式的能的功率. 如果电路中有电动机或正在充电的电池, 那么电能除了转化为内能, 还转化为机械能或化学能. 这种情况下 (12.7) 式计算的

结果只是电能转化为内能的那部分功率, 要计算电路的总功率, 只能利用 (12.5) 式.

(12.4) (12.6) 两式的关系与 (12.5) (12.7) 两式的关系类似.

12.4.4 电路中的能量转化

在上面的推导过程中, 我们用到了 $W = Q$ 这个条件, 即电流做的功“全部变成热”. 如果电路中只有电阻, 没有其他形式的能量输出, 那么电流做的功就会全部变成热, 比如电热水器.

实际中, 有些电路除含有电阻外还含有其他负载, 如电动机. 下面我们以电动机为例, 讨论一下电路中的能量转化.

设电动机消耗的功率为 $P_{\text{电}}$, 电动机对外做功, 输出的功率为 $P_{\text{机}}$, 另外, 电动机工作时自身也有能量损失, 对应的功率为 $P_{\text{损}}$, 它们之间满足

$$P_{\text{电}} = P_{\text{机}} + P_{\text{损}}.$$

设电动机两端的电压为 U , 通过电动机线圈的电流为 I , 则

$$P_{\text{电}} = UI.$$

电动机刚停止工作时, 我们发现外壳是热的, 说明工作时有电能转化为内能. 这是为什么呢? 事实上, 电动机内部的线圈有电阻 R , 这导致电动机工作时必然会把一部分电能转化为内能. 我们可以把电动机看作是一个无内阻的理想电动机和一个电阻为 R 的导体的串联, 这样, 理想电动机就是一个两端有电压*, 但无电阻的理想导体. 如果理想电动机两端的电压为 U_1 , 电阻 R 两端的电压为 U_2 , 那么电动机两端的电压

$$U = U_1 + U_2.$$

对于电阻 R 有部分电路的欧姆定律

$$I = \frac{U_2}{R},$$

所以电流通过电阻 R 发热的功率为

$$P_{\text{热}} = I^2 R = \frac{U_2^2}{R} = IU_2.$$

由于串联电路中电流处处相等, 因此可以说, $P_{\text{热}} = I^2 R$ 就是电动机发热的功率*.

电动机的转子与轴承均有摩擦, 另外还有空气阻力. 但若忽略这部分能量损失, 只考虑线圈发热产生的能量损失, 则有 $P_{\text{损}} = P_{\text{热}}$, 于是

$$P_{\text{机}} = P_{\text{电}} - P_{\text{热}} = UI - I^2 R.$$

同样, 对于正在充电的电池, 电能除了转化为化学能之外, 还有一部分转化为内能.

*对于一般的导体, 其两端有电势差是由于减少的电势能转化为了电流通过导体发热的内能; 对于理想电动机来说, 减少的电势能转化为了电动机输出的机械能.

*但是 $\frac{U^2}{R}$ 或 IU 却并不是电动机发热的功率.

12.5 电源的电动势和内阻

12.5.1 电源内的能量转化

电子向某一方向的定向移动相当于正电荷沿相反方向的定向移动. 为了方便, 我们下面以正电荷为例讨论.

如 12.1 节的图 12.1 所示, 在导线 H 中, 正电荷从电源正极移向电源负极; 在电源 P 内, 正电荷要从电源负极移向电源正极. 但是, 电源正极的电势高于负极的电势, 正电荷受到的静电力阻碍电子继续向正极移动. 因此, 在电源内部要使正电荷向正极移动, 就一定要有与静电力方向相反的其他力做功才行, 这个力叫作**非静电力**.

在干电池中, 非静电力是化学作用; 在发电机中, 非静电力是电磁作用. 电源内部的非静电力做功, 将正电荷移到电势高的电极, 使电荷的电势能增加. 所以, 从能量转化的角度看, **电源是通过非静电力做功将其他形式的能转化为电势能的装置**. 非静电力对电荷做的功等于电荷电势能的增量.

12.5.2 电动势

在电源内部, 电源移动电荷, 增加电荷的电势能. 在物理学中, 我们用非静电力所做的功与所移动的电荷量之比来表示电源的这种特性, 叫作**电动势**.

电动势在数值上等于非静电力把 1 C 的正电荷在电源内从负极搬运到正极所做的功, 如果移动电荷量 q 时非静电力所做的功为 W , 那么, 电动势 E 表示为*

$$E = \frac{W}{q}. \quad (12.8)$$

电动势由电源内部非静电力的特性决定, 与外电路无关.

电动势与电压的单位相同, 但它们的物理意义不同. 电动势是非静电力做功产生的, 电压是静电力做功产生的.

12.5.3 内阻

电源内部也是由导体组成的, 所以也有电阻, 叫作电源的**内阻**, 用 r 表示. 当电源接入电路时, 有内阻 r 的非理想电源等效于一个无内阻的理想电源与电阻 r 串联.

电动势和内阻都是由电源本身决定的.

电源的内阻一般是很小的. 如果把电源两端用导线连接起来, 那么电源的内阻将流过很大的电流, 从而产生很多的热量, 称为**电源短路**. 这不仅对电源有损害, 还可能发生火灾.

12.6 闭合电路欧姆定律

12.6.1 闭合电路欧姆定律

我们已经知道部分电路的欧姆定律

$$I = \frac{U}{R}.$$

*根据国家标准, 电动势也用字母 E 表示, 使用时要注意与电场强度 E 的区别.

它表示: 流过导体的电流与导体两端的电压成正比, 与导体的电阻成反比.

对于闭合电路而言, 在外电路中, 正电荷在恒定电场的作用下由正极移到负极; 在电源内部, 非静电力把正电荷由负极移到正极.

正电荷在静电力的作用下从电势高的位置向电势低的位置移动, 电路中正电荷的定向移动方向就是电流的方向, 所以, 在外电路中, 沿电流方向电势降低.

我们知道, 电源可以看作一个没有电阻的理想电源与电阻的串联, 这个电阻的电势也会沿电流方向降低.

下面我们来推导, 在只有电阻的闭合电路中, 电流 I 跟电源的电动势 E , 内阻 r 和外电路的电阻 R 之间的关系.

对于电源来说, 非静电力做功将其他形式的能转化为电能. 所以非静电力做功与电源输出的电能相等. 在时间 t 内, 电源输出的电能为

$$W = Eq = EIt. \quad (12.9)$$

电流通过电阻 R 时, 电流做功生热, 电能转化为内能. 在时间 t 内, 外电路转化的内能为

$$Q_{\text{外}} = I^2 R t. \quad (12.10)$$

同理, 当电流通过电源内阻 r 时, 内电路转化的内能为

$$Q_{\text{内}} = I^2 r t. \quad (12.11)$$

因为外电路是纯电阻电路, 所以电能全部转化为热, 即

$$W = Q_{\text{外}} + Q_{\text{内}}. \quad (12.12)$$

把 (12.9), (12.10), (12.11) 三式代入 (12.12), 有

$$EIt = I^2 R t + I^2 r t,$$

即

$$E = IR + Ir.$$

也就是

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (12.13)$$

上式表示: 闭合电路的电流跟电源的电动势成正比, 跟内外电路的电阻之和成反比. 这个结论叫作闭合电路的欧姆定律.

如果用 $U_{\text{外}}$ 表示 IR , $U_{\text{内}}$ 表示 Ir , 则闭合电路的欧姆定律也可以写为

$$E = U_{\text{外}} + U_{\text{内}}. \quad (12.14)$$

这就是说, 电源的电动势等于内外电路电势降落之和*.

*这个规律的本质是能量守恒定律, 因此不仅适用于纯电阻电路, 也适用于非纯电阻电路.

12.6.2 路端电压和负载的关系

我们把外电路的电势降落叫作**路端电压**，外电路的用电器叫作**负载**。

当外电路的电阻 R 增大时，根据闭合电路欧姆定律

$$I = \frac{E}{R + r},$$

电路中的总电流 I 减小；根据部分电路欧姆定律，内电路电压 $U_{\text{内}} = Ir$ ，所以内电路的电压 $U_{\text{内}}$ 减小。

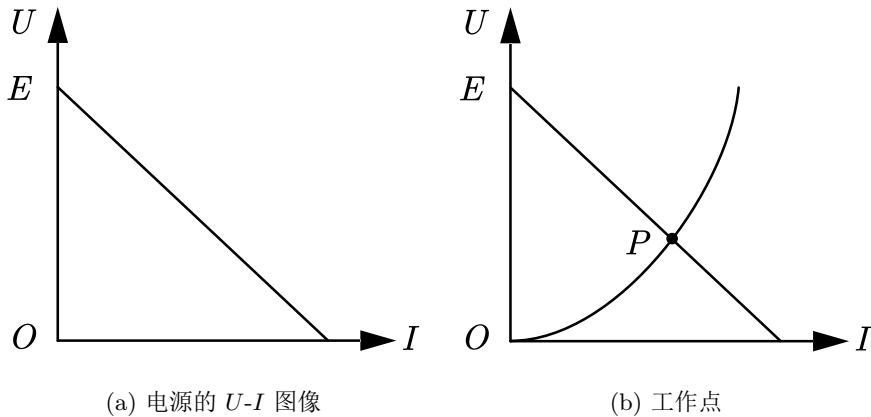


图 12.6: 路端电压 U 与电流 I 的关系

我们把路端电压记为 U ，根据 (12.14)，有

$$U = E - Ir. \quad (12.15)$$

这就是路端电压的表达式*。由此可知，当外电路的电阻 R 增大时，路端电压也增大。

由 (12.15) 可知，路端电压 U 与电流 I 成线性关系。画出 U 与 I 的关系图像 (图 12.6a)，我们称之为电源的 $U-I$ 图像。它表示这个电源外电路的特性曲线，即路端电压 U 随电流 I 变化的曲线。

曲线在 U 轴上的截距为电源的电动势 E ，这表明，电源在未接入电路时，其两端的电压就是电源的电动势。曲线的斜率是 $-r$ ，电源的内阻越大，斜率的绝对值越大。

将外电路电阻的伏安特性曲线也画在该坐标系中，它和电源的 $U-I$ 曲线有一个交点 P (图 12.6b)。这个交点 P 对应的横纵坐标即为该电阻接在此电源下实际工作的电流和电压。我们把这个点称为该电阻在此电源下的**工作点**。

12.7 电源的功率与效率

电源中的非静电力做功的功率，称为电源的总功率或输入功率，如果用 P_E 表示，则

$$P_E = \frac{W}{t} = \frac{Eq}{t} = EI.$$

* 这个式子对纯电阻电路和非纯电阻电路都适用。

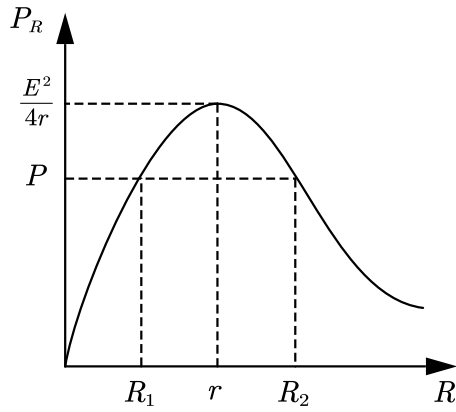


图 12.7: 电源的输出功率与电阻的关系

电流通过电源内阻 r 做功会产生热, 这个功率称为电源内阻的热功率, 也称为电源的损耗功率. 如果用 P_r 表示, 则

$$P_r = I^2 r.$$

电源的总功率与损耗功率之差, 就是电源的输出功率, 也即电流通过外电路做功的功率. 如果用 P_R 表示电源的输出功率, U 表示路端电压, 那么

$$P_R = UI = IE - I^2 r.$$

这是一个关于 I 的二次函数, 当 $I = \frac{E}{2r}$ 时, P_R 取得最大值 $\frac{E^2}{4r}$.

特别地, 当外电路是纯电阻电路时, 设外电路总电阻为 R , 由欧姆定律有 $U = IR$, 所以

$$P_R = UI = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{\frac{(R-r)^2}{R} + 4r}.$$

此时 P_R 与 R 的关系如图 12.7 所示. 由此可知, 在电源内阻 r 不变的情况下, 当 $R = r$ 时, 电源的输出功率最大, 最大值为 $\frac{E^2}{4r}$; 除去这一点之外, 每个输出功率 P_R 都有两个外电阻 R_1, R_2 与之对应, 并且可以证明 $R_1 R_2 = r^2$.

12.7.1 功率与电流的关系

我们知道, 电源的总功率 P_E 与电流 I 的关系为

$$P_E = EI.$$

电源的损耗功率 (即内阻的发热功率) P_r 与电流 I 和内阻 r 的关系为

$$P_r = I^2 r.$$

当外电路为纯电阻电路时, 电源的输出功率 (即外电路电阻的发热功率) P_R 与电流 I 和外电路电阻 R 的关系为

$$P_R = I^2 R.$$

根据上面的关系, 我们选取三个特殊点.

当 R 无穷大时, 电流 $I = 0$. 此时电源的总功率, 损耗功率, 输出功率均为 0.

当 $R = r$ 时, 电流

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{2r}.$$

此时三个功率分别为

$$P_E = EI = \frac{E^2}{2r},$$

$$P_r = I^2 r = \frac{E^2}{4r},$$

$$P_R = I^2 R = I^2 r = \frac{E^2}{4r}.$$

可以发现, 当内外电路的电阻相等时, 电源的损耗功率和输出功率也相等.

当 $R = 0$ 时, 即电源短路时, 电流

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{r}.$$

此时三个功率分别为

$$P_E = EI = \frac{E^2}{r},$$

$$P_r = I^2 r = \frac{E^2}{r},$$

$$P_R = I^2 R = 0.$$

可以发现, 当外电路电阻为 0 时, 输出功率也为 0; 电源的总功率及损耗功率相等, 并且容易证明它们都取得最大值.

有了上面三个特殊点, 结合表达式, 我们可以画出纯电阻电路的功率随电流变化的图像, 如图 12.8 所示:

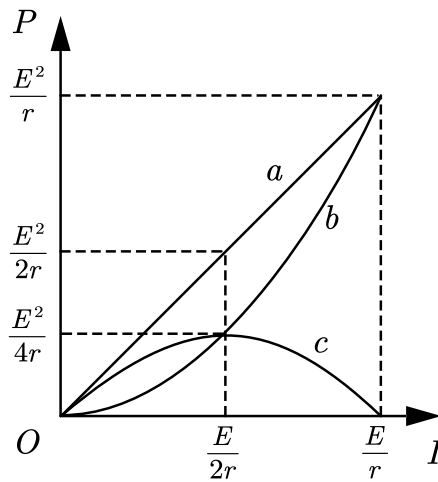


图 12.8: 功率与电流的关系

其中 a 图线表示 P_E , b 图线表示 P_r , c 图线表示 P_R .

12.7.2 电源的效率

电源的输出功率与总功率的比值, 叫作电源的效率, 用 η 表示. 即

$$\eta = \frac{P_R}{P_E},$$

其中 P_R 是电源的输出功率, P_E 电源的总功率.

由 $P_R = UI$, $P_E = EI$, 可得

$$\eta = \frac{U}{E},$$

其中 U 是路端电压, E 是电源的电动势.

如果外电路是纯电阻电路, 则有 $U = IR$, $E = I(R + r)$, 那么

$$\eta = \frac{R}{R + r},$$

其中 r , R 分别是内, 外电路电阻.

12.8 应用: 动态电路 含电容器的电路

12.8.1 动态电路问题

动态电路分析类问题是由于开关的闭合和断开, 滑动变阻器滑片的移动等造成电路结构或电阻发生变化, 从而引起电路发生连锁变化的问题. 这类问题通常只需要定性分析, 不涉及具体数值和大小关系的计算.

解决这类问题常需根据欧姆定律以及串并联电路的性质, 来分析电路中某电阻的变化而引起整个电路中各部分物理量的变化情况.

解决问题的一般步骤为:

1. 确定外电路的总电阻 $R_{\text{总}}$ 如何变化;
2. 根据闭合电路欧姆定律 $I = \frac{E}{R_{\text{总}} + r}$ 确定电路的电流如何变化;
3. 由 $U = E - Ir$ 确定路端电压如何变化;
4. 由部分电路的欧姆定律确定支路 (或干路上某一段) 电压的变化;
5. 根据串并联规律确定支路各物理量的变化情况.

一般地, 当电源内阻不为 0 时, 我们有以下结论:

1. 当某一电阻增大 (或减小) 时, 与它串联或间接串联的那部分电路的电流, 电压, 以及用电器的电功率都减小 (或增大);
2. 当某一电阻增大 (或减小) 时, 与它并联或间接并联的那部分电路的电流, 电压, 以及用电器的电功率都增大 (或减小).

这个规律可以简单说成“串反并同”.

12.8.2 含电容器的电路问题

解决含电容器的电路的基本思路为:

1. 首先分析电路稳定状态时的连接方式, 此时电容器所在支路可以看作断路, 简化电路时可以去掉;

2. 分析清楚电容器两端的电压与哪部分电路的电压相同, 即与哪部分电路并联;
3. 当分析涉及充放电的问题时, 电容器上电荷量的变化可由 $\Delta Q = C\Delta U$ 计算.

当电容器处于稳定状态时 (即不充电也不放电), 电容器所在的支路相当于断路. 此时的电路具有以下两个特点:

1. 电容器所在的支路无电流, 与电容器直接串联的导体相当于一根无电阻的导线;
2. 电容器上的电压就是与电容器所在支路并联部分电路的电压.

需要注意的是, 当电容器两端电压发生变化时, 电容器会发生充放电. 此时电容器所在支路有电流通过, 不能作为断路处理.

12.9 实验: 伏安法测电阻

12.9.1 电流表的内接法与外接法

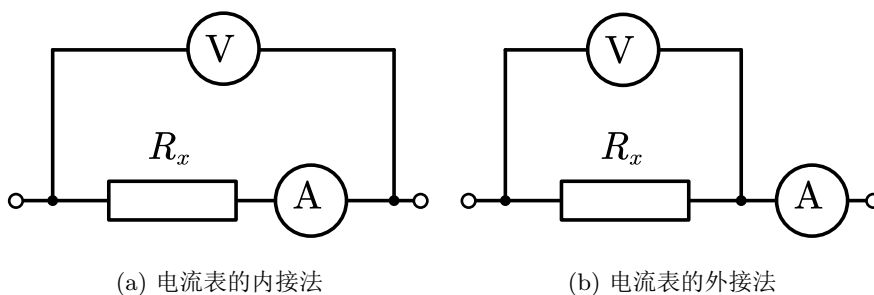


图 12.9: 电流表的内接法与外接法

在使用伏安法测量电阻时, 我们要用到电压表和电流表. 初中时, 我们只讨论理想电压表和理想电流表, 它们的内阻分别是无穷大和 0. 当电流表和电压表均为理想表时, 以上两种电路的连接方法是等效的, 否则, 以上两种连接方法便会产生不同的读数.

图 12.9a 的连接方法称为**电流表的内接法**. 设电流表的内阻为 R_A , 则使用内接法的电阻测量值为

$$R_{\text{测}} = \frac{U}{I} = \frac{U_A + U_R}{I} = R_A + R_x.$$

其中, U , I 分别是电压表和电流表的读数, U_A 是电流表两端的电压, U_R 是电阻 R_x 两端的电压. 显然, $R_{\text{测}} > R_x$, 即测量值比真实值偏大, 并且

$$R_x = R_{\text{测}} - R_A.$$

当 $R_x \gg R_A$ 时, 根据上式, R_x 与 $R_{\text{测}}$ 近似相等. 也就是说, **电流表的内接法适合测量大电阻**.

图 12.9b 的连接方法称为**电流表的外接法**. 设电压表的内阻为 R_V , 则使用外接法的电阻测量值为

$$R_{\text{测}} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_V + I_R} = \frac{U}{\frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_x}} = \frac{R_V R_x}{R_V + R_x} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_V}}.$$

其中, U , I 分别是电压表和电流表的读数, I_V 是流过电压表的电流, I_R 是流过电阻 R_x 的电流. 显然, $R_{\text{测}} < R_x$, 即

测量值比真实值偏小, 并且

$$R_x = \frac{R_{\text{测}}}{1 - \frac{R_{\text{测}}}{R_A}}$$

当 $R_x \ll R_A$ 时, 根据上式, R_x 与 $R_{\text{测}}$ 近似相等. 也就是说, 电流表的外接法适合测量小电阻.

以上结论可以简单记为“大内小外”, 或者“大内偏大, 小外偏小”.

如何判断电阻是“大电阻”还是“小电阻”呢? 除了定性判断, 我们还有以下两种办法:

1. 比较相对大小. 即比较 $\frac{R_V}{R_x}$ 与 $\frac{R_x}{R_A}$ 的大小关系; 也即比较 R_x 与 $\sqrt{R_A R_V}$ 的大小关系.
2. 实验判断. 分别使用电流表的内接法和外接法记录数据. 如果电流有较大差异, 则使用内接法; 如果电压有较大差异, 则使用外接法.

12.9.2 滑动变阻器的限流接法和分压接法

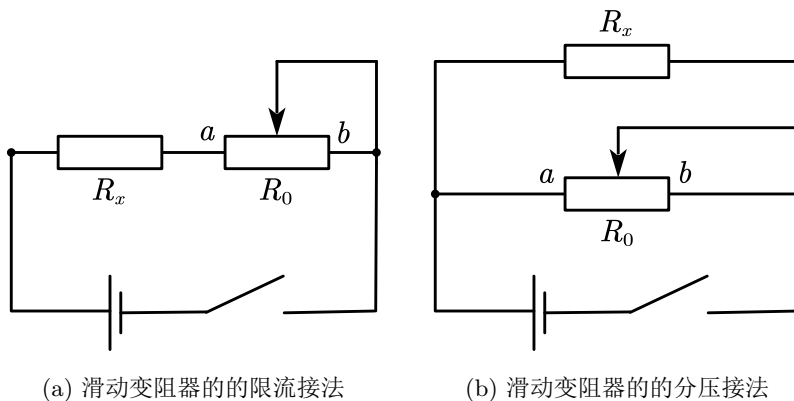


图 12.10: 滑动变阻器的限流接法和分压接法

图 12.10a 的连接方法称为滑动变阻器的限流接法. 当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 b 端时, 如果不记电源内阻, 那么根据串联电路的分压规律, R_x 两端的电压 $U_x = \frac{R_x}{R_0 + R_x} E$; R_x 上的电流 $I_x = \frac{E}{R_0 + R_x}$.

当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 a 端时, 负载 R_x 两端的电压 $U_x = E$; R_x 上的电流 $I_x = \frac{E}{R_x}$.

因此, 若不计电源内阻, 使用限流接法时, 负载 R_x 上电压的调节范围为

$$\frac{R_x}{R_0 + R_x} E \leq U_x \leq E;$$

电流的调节范围为

$$\frac{E}{R_0 + R_x} \leq I_x \leq \frac{E}{R_x}.$$

电路消耗的功率为 $E I_x$.

图 12.10b 的连接方法称为滑动变阻器的分压接法. 当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 a 端时, R_x 被短路, 电压和电流均为 0.

当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 b 端时, R_0 与 R_x 并联, 如果不计电源内阻, 那么 R_x 两端的电压 U_x 等于电源电动势 E , R_x 上的电流 $I_x = \frac{E}{R_x}$.

因此, 若不计电源内阻, 使用分压接法时, 负载 R_x 上电压的调节范围为

$$0 \leq U_x \leq E;$$

电流的调节范围为

$$0 \leq I_x \leq \frac{E}{R_x}.$$

设滑动变阻器接入的电阻为 R_P , 则电路消耗的功率为 $E \left(I_x + \frac{E}{R_P} \right)$.

综上所述, 采用限流接法时, 负载 R_x 上电压和电流的调节范围更小, 能耗较低; 采用分压接法时, 负载 R_x 上电压和电流的调节范围更大, 能耗较高.

为了节约能源, 我们通常采用限流接法. 但是下列情况必须采用分压接法:

1. 被测电阻的电压或电流一定要从 0 开始调节;
2. 采用限流电路时, 电路中的最小电流仍超过元件允许的最大电流;
3. 滑动变阻器的电阻远小于被测电阻.

12.10 实验: 测量电源的电动势及内阻

12.10.1 实验思路

电动势 E 和内阻 r 是电源的重要参数. 在学习闭合电路欧姆定律后, 我们发现它的表达式

$$E = U + Ir$$

恰好包含了 E 和 r 两个物理量. 如果能测出 U, I 的两组数据, 就可以列出两个关于 E, r 的方程, 从中解出 E 和 r . 因此, 用电压表, 电流表加上一个滑动变阻器 R , 就能测定电源的电动势 E 及内阻 r .

12.10.2 数据处理

为便于分析, 我们把闭合电路欧姆定律的表达式写成

$$U = -rI + E. \quad (12.16)$$

以 U 为纵坐标, I 为横坐标, 建立平面直角坐标系, 把实验获得的数据记录在坐标系中.

我们发现, 直线在 U 轴上的截距为短路时的路端电压, 它就等于电源的电动势 E ; 直线在 I 轴上的截距为短路电流 $I_{\text{短}}$. 由关系式

$$r = \frac{E}{I_{\text{短}}}$$

可以求出电源的内阻.

另一方面,由(12.16)式可知,直线的斜率的绝对值即为电源的内阻 r ,即

$$r = \left| \frac{\Delta U}{\Delta I} \right|.$$

应注意当内阻 r 较小时, U 的变化量较小,在作图时 x 轴上方有较大空白. 为避免由此带来的误差,可使纵轴不从 0 开始,并把纵坐标的比例放大. 此时,图线与纵轴的交点仍代表电源电动势 E ,但图线与横轴的交点不再代表短路状态. 此时只能利用斜率求出电源内阻.

12.10.3 电路连接及误差分析

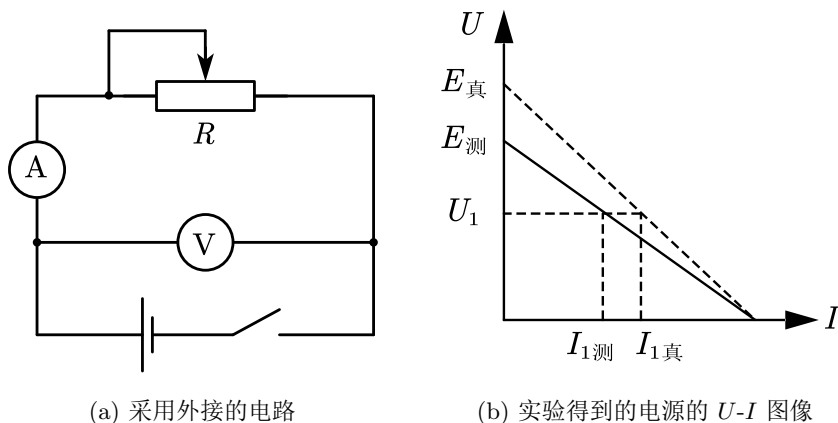


图 12.11: 采用外接测量电源的电动势与内阻

测量电源电动势及内阻的实验电路,不涉及限流接法与分压接法的选择,但是涉及电流表内接与外接的选择.

由于电源内阻很小,故电流表相对于电源而言一般采用外接*(图 12.11a). 否则,当采用内接时,

$$r_{\text{测}} = r + R_A.$$

电源内阻 r 相比于电流表内阻 R_A 并不很大,会产生较大的误差.

下面我们对外接法的误差进行分析.

偶然误差来源于读数和描点,系统误差来源于电压表的分流. 对于电流表(相对于电源)的外接法,我们近似地将电流表的示数看作了干路电流,但实际上的干路电流比电流表的示数略大.

由实验得到的数据直接作出图像(图 12.11b 实线). 考虑到电压表的分流后,每一个电压值 U_1 对应的电流表读数 $I_{1\text{测}}$ 都比真实值 $I_{1\text{真}}$ 略小(只有短路电流是准确的),所以真实的 $U-I$ 图像应该是图 12.11b 的虚线. 由此可见,按外接法测量出的电源电动势 $E_{\text{测}} < E_{\text{真}}$,内阻 $r_{\text{测}} < r_{\text{真}}$. 也就是说,真实值全部大于测量值.

定量来看,我们获得的数据实际上满足

$$E_{\text{真}} = U + \left(I + \frac{U}{R_V} \right) r.$$

其中 U, I 是我们在电表上的读数, R_V 是电压表内阻. 写成斜截式的形式就是

$$U = -\frac{rR_V}{r + R_V} I + \frac{R_V}{r + R_V} E_{\text{真}}.$$

*对于水果电池,老旧电池等内阻较大的电池有时也采用内接.

这就是上图中实线符合的方程, 并且

$$E_{\text{测}} = \frac{R_V}{r + R_V} E_{\text{真}}.$$

可以看出, 斜率的绝对值和纵轴截距相比虚线都偏小.

要减小误差, 所选择的电压表内阻应适当大些, 使得 $R_V \gg r$.

如果我们使用内接法, 也可以采用类似方法分析. 我们获得的数据满足

$$E = (U + IR_A) + Ir,$$

即 $U = -(r + R_A)I + E$. 由此可以看出, 我们测得的数据图线斜率的绝对值偏大, 而电动势不变. 也就是测得的内阻偏大, 而电动势准确.

第十三章 磁场

13.1 磁场

13.1.1 磁场

我们知道,磁体存在北极,南极两个磁极,就像自然界存在正负两种电荷.不仅如此,磁极之间的相互作用,与电荷之间的相互作用具有相似的特征:同名磁极或同种电荷相互排斥,异名磁极或异种电荷相互吸引.但是,直到19世纪初,库仑和安培等都认为电与磁是互不相关的两回事;丹麦物理学家奥斯特却深信电与磁之间存在联系,并开始了不懈的探索.

当时人们见到的力都沿着物体连线的方向,奥斯特在寻找电和磁的联系时,总是把磁针放在通电导线的延长线上,结果实验均以失败告终.

在一次讲课中,他偶然地把导线放置在一个指南针的上方,通电时磁针转动了,这个现象虽然没有引起听众的注意,但却是奥斯特盼望已久的.他连续进行了大量研究,同年7月发表论文,宣布发现了电流的磁效应,这首次揭示了电与磁的联系.

在这次实验之后,安培等人也发现,不仅通电导线对磁体有作用力,磁体对通电导线也有作用力.例如,把一段直导线悬挂在蹄形磁体的两极间,通以电流,导线就会移动.他们还发现,任意两条通电导线之间也有作用力.

事实上,正如电荷间的相互作用是由电场发生的,磁体与磁体间,磁体与通电导体间,通电导体与通电导体间的相互作用是由**磁场**发生的.磁场是客观存在于磁体或电流附近的一种物质.

应当指出的是,产生磁场的磁体或电流不会受到自己的磁场的作用.

13.1.2 磁感线

小磁针有两个磁极,它在磁场中静止后就会显示出这一点的磁场对小磁针N极和S极作用力的方向.物理学中把小磁针静止时N极所指的方向规定为该点磁场的方向.实验中我们常用铁屑的分布来反映磁场的分布.

在磁场中画一些有向曲线,使曲线上任意一点的切线方向为该点处的磁场方向,这样的曲线叫作**磁感线**.铁屑的分布就类似于磁感线.

磁感线是假想的曲线,并不是客观存在的.没有画磁感线的地方,那里的磁感应强度不一定为0.

磁感线有以下特点:

1. 磁感线上每一点的方向为该点磁场的切线方向,磁感线越密的地方,磁场越强.

2. 任何两条磁感线都不相交.
3. 磁感线是闭合的曲线. 在磁体外部, 磁感线由 N 极指向 S 极; 在磁体内部, 磁感线由 S 极指向 N 极.

13.1.3 安培定则

实验表明, 直线电流的磁感线是一圈圈的同心圆, 这些同心圆都在跟导线垂直的平面上. 改变电流的方向, 各点的磁场方向都变成相反的方向.

直线电流的方向跟它的磁感线方向之间的关系可以用安培定则 (也叫右手螺旋定则) 来判断:

安培定则 用右手握住导线, 让伸直的拇指所指的方向与电流方向一致, 弯曲的四指所指的方向就是磁感线环绕的方向.

在初中, 我们学过安培定则的另一种形式: 让右手弯曲的四指与环形电流 (或螺线管) 的方向一致, 伸直的拇指所指的方向就是环形导线 (或螺线管) 轴线上磁场的方向. 这两个形式本质是相同的, 都描述了电流方向与磁场方向的位置关系. 需要强调的是, 安培定则所确定的方向是环形导线 (或螺线管) 轴线上磁场的方向. 绘制磁感线可以知道, 它两侧的磁场方向与上述方向相反.

与天然磁体的磁场相比, 电流磁场的强弱容易控制, 因而在实际中有很多重要的应用.

13.1.4 地磁场

指南针之所以能够指示方向, 是由于地球内部存在磁场, 称为地磁场. 地球内部的磁场类似于一个很大的条形磁体的磁场, 有以下特点:

1. 地磁场的 N 极在地球的 (地理) 南极附近, S 极在地球的 (地理) 北极附近; 但 N, S 极与南, 北极点并不重合, 而是存在一个偏角.
2. 地磁场 B 的水平分量 B_x 总是从地球的 (地理) 南极指向 (地理) 北极; 竖直分量 B_y 在南半球垂直于地面向上, 在北半球垂直于地面向下.
3. 在赤道平面上, 距离地球表面相等的各点, 磁感应强度相等, 且方向水平向 (地理的) 北.

13.1.5 安培的分子电流假说

磁体和电流都能产生磁场, 它们的磁场是否有联系? 我们知道, 通电螺线管外部的磁场与条形磁体的磁场十分相似. 安培由此受到启发, 提出了以下假说.

安培认为, 在物质内部, 存在着一种环形电流——分子电流, 分子电流使每个物质微粒都成为微小的磁体, 它的两侧相当于两个磁极.

一根铁棒未经磁化的时候, 内部分子电流的取向是杂乱无章的, 它们的磁场互相抵消, 因此对外不显磁性; 当铁棒受到外界磁场的作用时, 各分子电流的取向变得大致相同, 铁棒被磁化, 两端对外界显示出较强的磁性, 形成磁极. 磁体受到高温或猛烈撞击时会失去磁性, 这是因为激烈的热运动或震动使分子电流的取向又变得杂乱无章了.

13.2 磁感应强度

13.2.1 电流元

用小磁针可以判断空间某点磁场的方向, 但很难对它进行进一步的定量分析. 若以通电导线作为磁场的检验物体, 则既可以知道导线中电流的大小, 又能测量导线的长度, 从而可以进行定量的研究.

为研究空间某点的磁场, 可以考虑在该处放一段很短的通电导线, 分析它受到的力. 物理学把很短一段通电导线中的电流 I 与导线长度 l 的乘积 Il 叫作**电流元**.

然而在现实中, 孤立的电流元是不存在的. 如果要研究的那部分磁场的强弱和方向都是一样的, 我们也可以比较长一点的通电导线进行实验, 从结果中推知电流元的受力情况.

13.2.2 磁感应强度

根据实验事实, 垂直于磁场方向的通电导线, 在磁场中受到的力 F 既与流过它的电流 I 成正比, 又与它的长度 l 成正比. 除此之外, 在不同的磁场中, 或在不均匀磁场的不同位置, 一般来说, 导线受的力也不同. 这个关系可以写成

$$F = IlB.$$

上式中, B 是与 I 和 l 都无关的量, 能表征磁场在某一点的强弱. 物理学把这个量定义为**磁感应强度**. 于是, 在通电导线与磁场方向垂直的条件下, 有关系式

$$B = \frac{F}{Il}.$$

在国际单位制中, 磁感应强度的单位是**特斯拉**, 简称**特**, 符号为 T .

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}}.$$

磁感应强度是矢量, 它的方向就是磁场方向, 即该处小磁针静止时 N 极所指的方向.

若空间中存在多个磁场, 则总磁场由这几个磁场叠加而成, 总的磁感应强度等于这几个磁场的磁感应强度的矢量和.

13.2.3 匀强磁场

类似匀强电场的概念, 如果磁场中各点的磁感应强度的大小相等, 方向相同, 那么这个磁场叫作**匀强磁场**. 匀强电场可以用平行等距的磁感线表示.

距离很近的两个平行异名磁极之间的磁场, 除边缘部分外, 可以认为是匀强磁场, 比如蹄型磁体内部的磁场. 两个平行放置较近的线圈通电时, 其中间区域的磁场近似为匀强磁场.

13.3 磁通量

磁感线的疏密程度表示了磁场的强弱, 这种不同是如何体现的呢? 如果在垂直于纸面方向取同样的面积, 穿过相同面积磁感线条数多的就密, 磁感应强度就大. 类似于面密度的概念, 在电磁学中, 我们做下述定义.

设在磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 有一个与磁场方向垂直的平面, 面积为 S , 我们把 B 与 S 的乘积叫作穿过这个面积的**磁通量**, 简称**磁通**. 用字母 Φ 表示磁通量, 则

$$\Phi = BS.$$

如果磁感应强度 B 不与我们研究的平面 S 垂直, 那么我们用这个面在垂直于磁感应强度 B 的方向的投影面积 S' 与 B 的乘积表示磁通量. 也可以表示为

$$\Phi = BS \cos \theta,$$

其中 $S \cos \theta$ 是面积 S 在垂直于磁感线方向上的投影面积 S' .

在国际单位制中, 磁通量的单位是**韦伯**, 简称**韦**, 符号是 Wb .

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

由磁通量的定义式可得

$$B = \frac{\Phi}{S}.$$

这个式子表示, 磁感应强度在数值上等于穿过单位面积的磁通量. 因此, 磁感应强度又叫作**磁通密度**.

磁通量是标量, 但是有正负. 如果我们规定磁感线从某一面穿入时磁通量为正值, 那么磁感线从此面穿出时磁通量为负值. 特别地, 如果磁感线沿相反方向穿过同一平面, 且正向磁通量为 Φ_1 , 反向磁通量为 Φ_2 , ($\Phi_1 > 0$, $\Phi_2 < 0$) 那么穿过该平面的磁通量

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

有时候, 穿过一个平面的磁通量可能由多个磁场共同提供. 此时我们需要把每个磁场产生的磁通量分别计算, 再算出它们的代数和. 这叫作穿过这个平面的**净磁通量**, 简称**净磁通**.

类似电势与电势差的关系, 在电磁感应中, 我们也研究磁通量的变化量. 末态时的磁通量 $\Phi_{\text{末}}$ 与初态时的磁通量 $\Phi_{\text{初}}$ 之差, 称为磁通量的变化量, 即

$$\Delta\Phi = \Phi_{\text{末}} - \Phi_{\text{初}}.$$

显然, 引起磁通量变化的原因有以下三种:

1. 磁感应强度 B 发生了变化;
2. 面积 S 发生了变化;
3. 面与磁感线的夹角发生了变化.

13.4 磁场对通电导线的作用力

在前面的内容中, 我们已经知道了磁场对通电导线有作用力, 并从这个现象入手定义了物理量——磁感应强度.

安培在研究磁场与电流的相互作用方面作出了杰出的贡献,为了纪念他,人们把通电导线在磁场中受的力称为安培力,把电流的单位定为安培.

13.4.1 安培力的方向

通过实验,我们发现通电导线受力的方向与电流的方向,磁场的方向均有关.众多事实表明,通电导线在磁场中所受安培力的方向与电流方向,磁感应强度的方向都垂直,即安培力的方向垂直于电流方向和磁场方向确定的平面.

安培力的方向可用以下定则判定:

安培力的左手定则 伸开左手,使拇指与其余四个手指垂直,并且都与手掌在同一个平面内;让磁感线从掌心垂直进入,并使四指指向电流的方向,这时拇指所指的方向就是通电导线在磁场中所受安培力的方向.

13.4.2 安培力的大小

我们已经知道,在垂直于磁场 B 的方向放置的长为 l 的一段导线,当通过的电流为 I 时,它所受的安培力

$$F = IlB.$$

当磁感应强度 B 的方向与通电导线的方向平行时,导线受力为 0.

当磁感应强度 B 的方向与通电导线的方向成 θ 角时,导线所受的安培力又如何呢?我们考虑把磁感应强度做矢量分解,分解为与电流平行和与电流垂直两个分量.其中平行分量对导线没有作用力.

一般地,通电导线所受的安培力大小等于电流 I ,导线长度 l ,以及磁感应强度垂直于导线方向的分量 B_{\perp} 这三者的乘积.设磁感应强度 B 的方向与通电导线的方向的夹角为 θ ,则通电导线在磁场中所受的安培力为

$$F = IlB \sin \theta.$$

13.5 磁场对运动电荷的作用力

我们知道,磁场对通电导线有作用力;我们还知道,带电粒子的定向移动形成了电流.那么,磁场对运动电荷有作用力吗?如果有,力的方向和大小又是怎样的呢?

在磁场内发射电子束,实验表明,电子束受到磁场的力的作用,径迹发生了弯曲.运动电荷在磁场中受到的力称为洛伦兹力.通电导线在磁场中受到的安培力,实际是洛伦兹力的宏观表现;而洛伦兹力是安培力的微观本质.

13.5.1 洛伦兹力的方向

由于安培力的本质就是洛伦兹力,所以,洛伦兹力的方向也符合左手定则.

洛伦兹力的左手定则 伸开左手,使拇指与其余四个手指垂直,并且都与手掌在同一个平面内;让磁感线从掌心垂直进入,并使四指指向正电荷运动的方向,这时拇指所指的方向就是运动的正电荷在磁场中所受洛伦兹力的方向.

负电荷受力的方向与正电荷受力的方向相反,可以用右手来判断.

13.5.2 洛伦兹力的大小

接下来, 我们用安培力的表达式来推导洛伦兹力的表达式.

考虑一根横截面积为 S 的静止导线置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 带电粒子以速度 v 定向移动. 单位体积内的带电粒子数为 n . 则在时间 t 内, 流过一段导线的粒子数为

$$N = nSvt.$$

记粒子的电荷量为 q , 根据 (12.1), q 与电流 I 的关系为

$$I = nqSv.$$

如果电流与磁场方向垂直, 即粒子的速度 v 与磁感应强度 B 垂直, 那么导线所受安培力的大小

$$F_{\text{安}} = IlB = nqSv^2tB.$$

我们知道, 导线受到安培力作用, 本质是它内部的粒子受到洛伦兹力作用. 每一个粒子所受的力为

$$F = \frac{F_{\text{安}}}{N} = \frac{nqSv^2tB}{nSvt} = qvB.$$

这就是粒子速度 v 的方向与磁感应强度 B 的方向垂直时, 粒子所受的洛伦兹力.

仿照上节, 在一般情况下, 当电荷运动的方向与磁场的方向夹角为 θ 时, 电荷所受的洛伦兹力大小为

$$F = qvB \sin \theta.$$

13.6 带电粒子在磁场中的运动

我们知道, 带电粒子在磁场中运动要受到洛伦兹力的作用. 如果带电粒子初速度的方向和洛伦兹力的方向都在与磁场方向垂直的平面内, 那么粒子将在这个平面内运动.

洛伦兹力总是与粒子的运动方向垂直, 总是只改变粒子速度的方向, 不改变粒子速度的大小. 由于粒子速度的大小不变, 粒子在匀强磁场中所受洛伦兹力的大小也不改变, 洛伦兹力对粒子起到了向心力的作用. 所以, 沿着与磁场垂直的方向射入磁场的带电粒子, 在匀强磁场中做匀速圆周运动.

13.6.1 带电粒子在匀强磁场中的匀速圆周运动

考虑到带电粒子做匀速圆周运动的向心力由洛伦兹力提供, 列出方程就可以得出几个物理量之间的关系式.

假设一个电荷量为 q 的粒子, 在磁感应强度为 B 的匀强磁场中以速度 v 运动, 洛伦兹力提供向心力

$$qvB = m \frac{v^2}{r}.$$

由此可得粒子做匀速圆周运动的半径

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (13.1)$$

可以看出, 粒子运动的半径与它的质量, 速度成正比; 与电荷量, 磁感应强度成反比.

回忆匀速圆周运动的知识, 匀速圆周运动的周期 $T = \frac{2\pi r}{v}$. 把 (13.1) 代入, 可以得到粒子做匀速圆周运动的周

期

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (13.2)$$

可以看出, 粒子的周期与磁感应强度和它的比荷成反比, 与轨道半径和运动速度无关. 这是一个很重要的结论, 13.7 节要介绍的回旋加速器就是依据这个原理制成的.

13.6.2 带电粒子在有界匀强磁场中的运动

我们已经知道, 带电粒子在匀强磁场中将做匀速圆周运动. 为了确定粒子的运动, 我们需要知道轨迹的圆心, 半径和运动时间.

圆心和半径 由于洛伦兹力提供向心力, 因此洛伦兹力总是指向轨迹的圆心, 也就是圆心总在各点处粒子所受洛伦兹力的方向上. 如果我们已知轨迹上的任意两点 (一般是进入磁场和离开磁场的两点) 及这两点的洛伦兹力方向, 它们的交点就是圆心. 进一步地, 如果我们知道这两点的速度方向, 根据左手定则, 我们可以判断这两点的洛伦兹力方向, 进而确定圆心位置.

另一方面, 如果我们已知轨迹上的两点, 根据垂径定理, 这两点连线的中垂线一定过圆心. 因此, 我们有以下结论:

粒子入射方向的垂线, 出射方向的垂线, 入射点与出射点连线的中垂线, 这三条直线中任意两条的交点即为粒子轨迹的圆心.

知道了圆心和轨迹上的两点后, 我们可以利用勾股定理, 三角函数等数学方法求解轨迹圆的半径.

运动时间 一般来说, 粒子在有界磁场中的运动轨迹是一段圆弧. 假设粒子进入磁场时的速度方向与离开磁场时的速度方向夹角为 θ (称为速度的偏转角), 则由几何关系可以证明: 速度方向的偏转角等于轨迹圆弧所对的圆心角. 今后我们就把速度的偏转角和圆心角都用 θ 表示.

由于粒子做匀速圆周运动, 所以粒子的运动时间为

$$t = \frac{\theta}{2\pi} T.$$

其中 θ 的单位是弧度, T 是粒子做匀速圆周运动的周期. 把 (13.2) 代入, 可以得到

$$t = \frac{m\theta}{qB}.$$

可以看出, 同一粒子在已知磁场内的运动时间只与轨迹圆弧所对的圆心角 θ 有关, 与粒子的速度无关.

另一方面, 根据匀速圆周运动线速度的定义, 可得

$$t = \frac{\theta r}{v}.$$

其中 θ 的单位是弧度, r 是粒子的运动半径, v 是粒子的速度.

在解决这类问题时, 通常涉及许多几何知识. 下面是一些常用的几何关系.

1. 在运动平面内, 速度方向的垂线经过圆心.
2. 轨迹上两点连线的垂直平分线经过圆心.

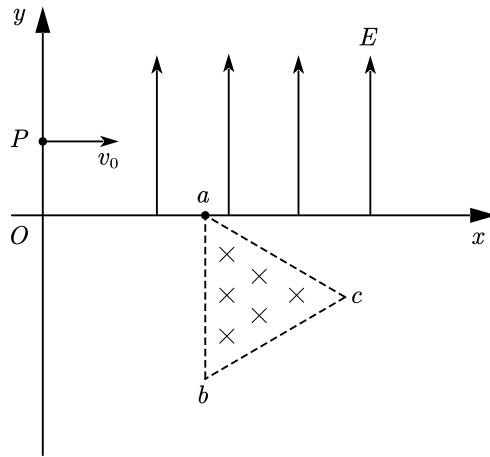


图 13.1: 例 1 题图

3. 轨迹上两点速度方向的偏转角等于这两点间的圆弧所对的圆心角.
4. 轨迹上两点的连线与其中一点速度方向的 (锐) 夹角, 等于这两点间的圆弧所对的圆心角的一半.

例 1 如图 13.1, 平面直角坐标系 xOy 的第一象限内有平行于 y 轴的匀强电场, 方向沿 y 轴正方向; 在第四象限的正三角形 abc 区域内有匀强电场, 方向垂直于 xOy 平面向里, 正三角形边长为 L , 且与 ab 边 y 轴平行. 一质量为 m , 电荷量 q 的粒子, 从 y 轴上的 $P(0, h)$ 点, 以大小为 v_0 的速度沿 x 轴正方向射入电场, 通过电场后从 x 轴的 a 点进入第四象限, 又经过磁场从 y 轴上的某点进入第三象限, 且速度与 y 轴负方向成 45° 角. 不计粒子所受的重力. 求:

- (1) 电场强度 E 的大小;
- (2) 粒子到达 a 点时, 速度 v_a 的大小和方向;
- (3) abc 区域内磁场的磁感应强度的最小值 B_0 .

解 (1) 粒子在第一象限内做类平抛运动, 显然 $q < 0$. 设粒子在第一象限的运动时间为 t_1 , 则水平方向上有

$$2h = v_0 t_1. \quad (\text{i})$$

竖直方向上有

$$h = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t_1^2. \quad (\text{ii})$$

联立 (i)(ii) 解得 $E = \frac{mv_0^2}{2qh}$.

(2) 设粒子到达 a 点时竖直方向的速度为 v_y , 则有

$$v_y = a t_1 = \frac{qE}{m} t_1. \quad (\text{iii})$$

联立 (i)(ii)(iii) 得 $v_y = v_0$.

所以粒子到达 a 点时的速度

$$v_a = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{2}v_0. \quad (\text{iv})$$

由 $v_0 = v_y$ 知 v_a 与 x 轴夹角 θ 的正切 $\tan \theta = 1$, 所以 $\theta = 45^\circ$, 即 v_a 指向斜下方, 与 x 轴成 45° 角.

(3) 粒子进入磁场后, 受到的洛伦兹力与粒子的速度方向时刻垂直, 因此洛伦兹力改变速度的方向而不改变大小, 使粒子做匀速圆周运动. 经过分析可知, 当粒子从 b 点离开磁场时, 对应的磁感应强度最小. 根据几何关系, 粒子做匀速圆周运动的半径

$$r = L \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} L. \quad (\text{v})$$

洛伦兹力提供粒子做匀速圆周运动的向心力, 即

$$qvB_0 = m \frac{v_a^2}{r}. \quad (\text{vi})$$

联立 (iv)(v)(vi) 解得 $B_0 = \frac{2mv_0}{qL}$.

13.6.3 带电粒子在复合场中的运动

复合场是指在空间某一区域内, 电场, 磁场和重力场同时存在, 或者其中两种同时存在; 组合场是指电场, 磁场存在于空间中的不同区域中. 组合场的例子我们前面已经见过, 下面我们分析复合场的情况.

粒子在经过复合场空间时可能受到的力有重力, 电场力和洛伦兹力. 抓住三个力的特点是分析和解决相关问题的基础.

重力 电子, 质子, 离子, α 粒子等基本粒子一般不需要考虑重力. 其他带电粒子一般需要考虑重力.

一般来说, 如果题目中给出了重力加速度 g , 就说明需要考虑粒子的重力 mg , 方向竖直向下.

静电力 带电粒子在电场中一定受到静电力作用. 在匀强电场中, 静电力为恒力, 大小为 qE , 方向与电场强度的方向相同或相反.

洛伦兹力 带电粒子运动, 且运动的方向不与磁感应强度方向平行时, 粒子受洛伦兹力作用, 大小为 $qvB \sin \theta$, 其中 v 是粒子在某一时刻的瞬时速度, θ 是速度方向与磁感应强度方向的夹角. 洛伦兹力的方向时刻与速度方向垂直, 因此, 洛伦兹力永远不做功, 也不会改变粒子的动能.

下面研究带电粒子在复合场中的几种典型运动.

直线运动 如果自由的带电粒子 (无轨道约束) 在受洛伦兹力作用的复合场中做直线运动, 那么它一定做的是匀速直线运动. 除非运动方向沿匀强磁场的方向. 这是因为电场力和重力都是恒力, 如果物体不处于平衡状态, 当速度变化时 (无论大小还是方向), 洛伦兹力的变化将导致合力也相应地发生变化. 从而粒子的运动方向改变.

匀速圆周运动 当带电粒子进入匀强电场, 匀强磁场和重力场共存的复合场中, 电场力和重力相平衡, 且粒子运动方向与匀强磁场的方向相垂直时, 带电粒子就在库仑兹力的作用下做匀速圆周运动. 这种情况可等效为仅在洛伦兹力作用下的匀速圆周运动.

曲线运动 当带电粒子所处的合外力是变力, 且与初速度方向不共线时, 粒子做非匀变速曲线运动. 这时, 粒子的运动轨迹既不是圆弧, 也不是抛物线.

13.7 电磁科技

13.7.1 速度选择器

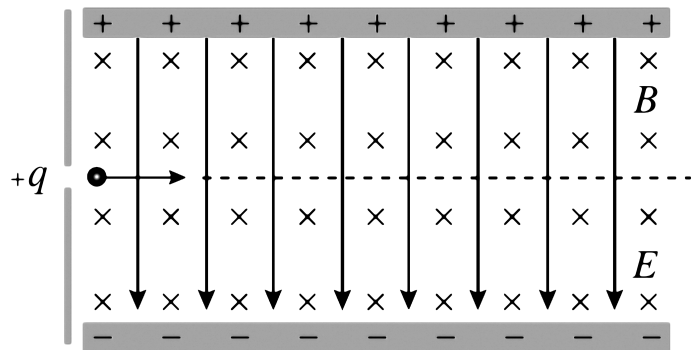


图 13.2: 速度选择器

在图 13.2 的平行板器件中, 电场强度 E 和磁感应强度 B 相互垂直. 具有不同水平速度的带电粒子射入后发生偏转的情况不同. 这种装置能把具有某一特定速度的粒子选择出来, 所以叫作**速度选择器**.

根据粒子做匀速直线运动, 有 $qvB = qE$, 所以可通过粒子的速度为

$$v = \frac{E}{B}.$$

并且, 粒子能否通过与它的电荷量, 电性, 质量均无关, 只与速度有关.

13.7.2 质谱仪

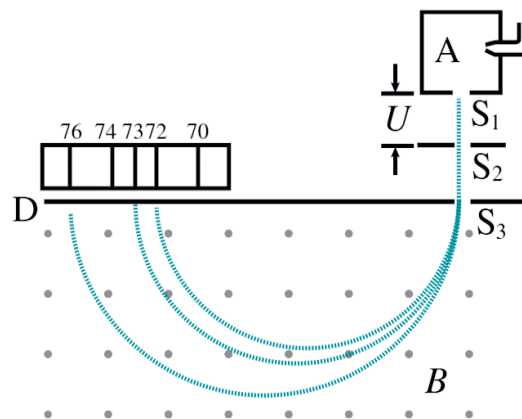


图 13.3: 质谱仪

质谱仪可以用于测量粒子的质量或比荷, 由粒子发射器, 加速电场和偏转磁场组成 (图 13.3).

如图 13.3 所示, 质量为 m , 电荷量为 q 的粒子, 从容器 A 下方的小孔 S_1 飘入电势差为 U 的加速电场, 其初速度几乎为 0, 然后经过 S_3 沿着与磁场垂直的方向进入磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 最后打到照相底片 D 上.

粒子进入磁场时的速度 v 等于它在电场中被加速而得到的速度. 由动能定理得

$$qU = \frac{1}{2}mv^2.$$

然后, 粒子进入磁感应强度为 B 的偏转磁场, 做匀速圆周运动, 由洛伦兹力提供向心力可得

$$qvB = m\frac{v^2}{r},$$

其中 r 为粒子做圆周运动的半径.

由以上两个式子可以解出粒子在磁场中做圆周运动的半径

$$r = \frac{1}{B^2} \sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

如果容器 A 中粒子的电荷量相同而质量不同, 它们进入匀强磁场后将沿着不同的半径做圆周运动, 因而被分开, 并打到照相底片的不同地方.

实际工作中, 往往让中性的气体分子进入电离室 A, 在那里被电离成离子, 这些离子从电离室的小孔“飘”出, 从缝 S_1 进入加速电场中被加速. 然后让离子垂直进入匀强磁场中做匀速圆周运动, 最后打在照相底片 D 上. 从离子打在底片上的位置可以测出圆周的半径 r , 进而可以算出离子的比荷

$$\frac{q}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}.$$

13.7.3 回旋加速器

研究原子时常常用到各种各样的粒子加速器. 由于库仑力可以对带电粒子做功, 从而增加粒子的动能, 因此, 人们首先想到加速器中一定要用到电场. 加速电压越高, 粒子获得的动能就越高. 然而产生过高的电压在技术上是困难的, 于是人们就会进一步设想, 能不能采用多次加速的方法呢?

如果以直线排列多个电场, 那么要获得较高动能的粒子, 其加速装置要很长. 人们进一步思考, 如果带电粒子在一次加速后又转回来被第二次加速, 如此往复“转圈圈”式地被加速, 加速器装置所占的空间不是会大大缩小吗? 而磁场正好能使带电粒子“转圈圈”! 于是, 人们依据这个思路设计出了用磁场控制轨道, 用电场进行加速的**回旋加速器**.

回旋加速器由两个 D 形的金属盒和一块大型的电磁铁组成. 两个 D 形盒之间加有高频振荡交变电压 U .

粒子大致从装置的中心位置释放, 在两盒之间被电场加速. 由于处在匀强磁场中, 粒子将做圆周运动. 经过半个圆周之后, 当粒子再次到达两盒间的缝隙时, 这时控制两盒间的电势差, 使其恰好改变正负, 于是粒子经过盒缝时再一次被加速. 之后, 粒子又进入 D 形盒内做圆周运动, 但根据(13.1) 式, 粒子运动的半径比原来增大了.

如此, 粒子在做圆周运动的过程中一次又一次地经过盒缝, 而两盒间的电势差一次又一次地改变正负, 粒子的速度就能够增加到很大. 直到粒子的圆周运动半径大于 D 形盒的半径, 粒子将射出回旋加速器.

D 形盒是金属制的, 它的作用是静电屏蔽, 使带电粒子在圆周运动的过程中只处在磁场中, 而不受电场的干扰, 以保证粒子做匀速圆周运动, 直到粒子运动到两个 D 形盒之间.

为了粒子能够不断地被电场加速而非减速, 我们要求电场强度的方向要与粒子的运动方向相同 (如果粒子带负电, 则要相反). 根据(13.2) 式, 对一定的带电粒子和一定的磁场来说, 尽管粒子的速率和半径一次比一次大, 运动周期却始终不变. 这样, 如果在两盒间加一个交变电场, 使它也以同样的周期往复变化, 那就可以保证粒子每经过电场时, 都正好赶上适合的电场方向而被加速. 也就是说, 交变电压的周期应该等于粒子做圆周运动的周期.

由 $qvB = m\frac{v^2}{r}$, 可得粒子的速度

$$v = \frac{qBr}{m},$$

其中 m 是粒子的质量, q 是粒子的电荷量, B 是 D 形盒内的磁感应强度, r 是粒子在某一时刻的圆周运动半径. 当粒子的运动半径最大时, 粒子的速度也达到最大值. 因此, 粒子的最大动能

$$E_{\text{km}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m},$$

其中 R 是 D 形盒的半径. 由此可知, 在粒子的比荷一定的情况下, 粒子的最大动能与加速电压 U 无关, 与 D 形盒内的磁感应强度以及 D 形盒的半径有关, D 形盒半径越大, 粒子的末动能就越大.

另一方面, 由动能定理可得

$$nqU = \frac{1}{2}mv^2.$$

所以粒子的速度与加速次数 n 及粒子的比荷有关, 并且加速次数

$$n = \frac{qB^2R^2}{2mU}.$$

13.7.4 电磁流量计

一个非磁材料制成的圆柱导管直径为 d , 导管内有可以导电的液体径向流动. 把导管置于磁感应强度为 B , 方向垂直于液体流动方向的匀强磁场中, 导电液体中的自由电荷 (正, 负离子) 在洛伦兹力的作用下纵向偏转, 导管的上下表面出现电势差 U .

当自由电荷所受的电场力 qU 与洛伦兹力 qvB 平衡时, 自由电荷就不再偏转, 导管上下表面的电势差 U 也就保持稳定. 此时有

$$q\frac{U}{d} = qvB.$$

由此可以得到自由电荷定向移动的速度, 从而可以得到液体的流量*

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{Svt}{t} = Sv = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{U}{Bd} = \frac{\pi dU}{4B}.$$

*流量: 单位时间内通过横截面的液体体积

第十四章 电磁感应

14.1 电磁感应现象

14.1.1 电磁感应现象的发现

1820年,丹麦物理学家奥斯特发现了电流的磁效应,即“电生磁”,振动了整个科学界,它证实电现象与磁现象是有联系的.既然电流能够引起磁针的运动,那么,为什么不能用磁体使导线中产生电流呢?

英国物理学家法拉第敏锐的察觉到,磁与电之间也应该有这种“感应”.最初,法拉第认为,很强的磁体或很强的电流可能会在邻近的闭合导线中感应出电流.他进行了很多次尝试,没有得到预想的结果.1831年,法拉第把两个线圈绕在一个铁环上,一个线圈接电源,另一个线圈接电流表.当给一个线圈通电或断电的瞬间,在另一个线圈上出现了电流.法拉第从中领悟到,“磁生电”是一种在变化,运动的过程中才能出现的效应,他把这些现象定名为**电磁感应**,产生的电流叫作**感应电流**.

14.1.2 产生感应电流的条件

初中时我们知道,当闭合电路的一部分导体在磁场中做切割磁感线的运动时,导体中就会产生感应电流.那么,切割磁感线是产生感应电流的唯一方法吗?还有其它方法吗?这些方法有什么内在联系?

切割磁感线的运动,实际上是闭合电路在磁场中的面积发生了变化,也就是说,穿过闭合电路的磁通量发生了变化.感应电流的产生是否与磁通量的变化有关呢?答案是肯定的.以其他形式使穿过闭合电路的磁通量发生变化时,比如改变磁感应强度的大小时,电路中同样产生了感应电流.以上实验和其他事实都表明:**当穿过闭合导体回路的磁通量发生变化时,闭合导体回路中就产生感应电流.**这就是产生感应电流的条件.

14.2 楞次定律

在电磁感应的实验中,我们注意到,不同情况下产生的感应电流方向是不同的.那么,感应电流的方向由哪些因素决定?遵循什么规律?我们知道,穿过闭合回路的磁通量变化是产生感应电流的条件,看来感应电流的方向可能与磁通量的变化有关.

1834年,俄国物理学家楞次在分析了许多实验事实后,得到了关于感应电流方向的规律:**感应电流具有这样的方向,它产生的磁场总是阻碍引起感应电流的磁通量的变化.**这就是楞次定律.

理解楞次定律需要注意以下几点:

1. 谁阻碍谁?——是感应电流的磁通量阻碍原磁通量.
2. 阻碍什么?——阻碍的是磁通量的变化, 也就是使 $|\Delta\Phi|$ 减小, 而不是阻碍磁通量本身.
3. 结果如何?——阻碍并不是阻止, 更不是逆转, 只是延缓了磁通量的变化.

由楞次定律可知, 当磁通量增加时, 感应电流产生的磁场方向与原磁场方向相反; 当磁通量减少时, 感应电流产生的磁场方向与原磁场方向相同. 这个规律我们可以简单说成“增反减同”.

楞次定律中的“阻碍”作用是把其他形式的能量 (或其他电路的电) 转化 (或转移) 为感应电流所在回路的电能. 在这个过程中, 能量总是守恒的. 楞次定律正是能量守恒定律在电磁感应现象中的体现.

从本质上看, 楞次定律可广义的表述为: 感应电流的效果总是要反抗引起感应电流的原因. 常见的情况有以下几种:

1. 当感应电流是由相对运动引起时, 感应电流受到的安培力总是阻碍相对运动. 即“来拒去留”.
2. 当感应电流因磁场变化而引起时, 感应电流受到的安培力通常使回路发生运动以阻碍原磁通量的变化.
3. 感应电流使回路受到的安培力总要引起回路发生形变或具有形变的趋势, 而形变或形变的趋势仍是向阻碍磁通量变化的方向进行. 比如“增缩减扩”.

可以用右手的手掌和手指的方向来判断导线切割磁感线时产生的感应电流的方向, 即: 伸开右手, 使拇指与其余四个手指垂直, 并且都与手掌在同一个平面内; 让磁感线从掌心进入, 并使拇指指向导线运动的方向, 这时四指所指的方向就是感应电流的方向. 这就是更便于判定导线切割磁感线时感应电流方向的右手定则.

需要注意的是, 右手定则只适用于导线切割磁感线的情况, 是楞次定律的特殊形式.

14.3 法拉第电磁感应定律

14.3.1 法拉第电磁感应定律

在用导线切割磁感线产生感应电流的实验中, 导线切割磁感线的速度越快, 磁体的磁场越强, 产生的感应电流就越大. 在向线圈中插入条形磁体的实验中, 磁体的磁场越强, 插入的速度越快, 产生的感应电流就越大. 这些现象表明, 当回路中的电阻一定时, 感应电流的大小可能与磁通量变化的快慢有关, 也就是说, 感应电流的大小与磁通量的变化率有关.

电路中有感应电流, 就一定有电动势. 如果电路没有闭合, 这时虽然没有感应电流, 电动势依然存在. 电磁感应现象中产生的电动势称为**感应电动势**, 产生感应电动势的那部分导体就相当于电源.

德国物理学家纽曼和韦伯在严格分析后指出: 闭合电路中感应电动势的大小, 跟穿过这一电路的磁通量的变化率成正比. 后人称之为**法拉第电磁感应定律**.

如果在极短的时间 Δt 内, 磁通量的变化量为 $\Delta\Phi$, 产生的感应电动势为 E , 那么法拉第电磁感应定律就可以表

示为

$$E = k \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

其中 k 是比例系数. 如果电动势 E , 磁通量 Φ , 时间 t 的单位分别用伏 (V), 韦伯 (Wb), 秒 (s), 那么 $k = 1$. 于是

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

或者利用极限写成

$$E = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

闭合电路常常是一个匝数为 n 的线圈, 而且穿过每匝线圈的磁通量总是相同的. 这样的线圈可以看成是由 n 个单匝线圈串联而成的, 因此整个线圈中的感应电动势是单匝线圈的 n 倍, 即

$$E = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

在中学阶段, 我们只计算感应电动势的大小, 不涉及它的正负, 因此上式中的 $\Delta\Phi$ 应取绝对值. 至于感应电流的方向, 我们用楞次定律或右手定则来判断.

不论电路是否闭合, 只要穿过电路的磁通量发生变化, 都会产生感应电动势; 若电路闭合, 就会产生感应电流.

14.3.2 变化的磁场产生的感应电动势

麦克斯韦认为, 磁场变化时会在空间激发一种电场. 这种电场与静电场不同, 它不是由电荷产生的, 我们把它叫作感生电场.*

如果将闭合导体放置在感生电场中, 导体中的电荷将会做定向移动, 产生感应电流, 也就是说导体中产生了感应电动势. 这种由变化的磁场产生感生电场, 从而产生的感应电动势, 称为感生电动势. 由法拉第电磁感应定律可知, 感生电动势的大小为

$$E = nS \frac{\Delta B}{\Delta t},$$

其中 S 为置于感生电场中的闭合导体的面积, ΔB 为磁感应强度的变化量.

如果导体中的自由电荷是正电荷, 那么它们定向移动的方向就是感应电流的方向, 也就是感生电场的方向.

14.3.3 导线切割磁感线时的感应电动势

导体切割磁感线时, 法拉第电磁感应定律可以写成更简单的形式. 下面我们推导这个公式.

如图 14.1, 矩形线框 $CDMN$ 置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 线框平面与磁感应强度方向垂直. 设可以移动的导体棒 MN 的长度为 l , 它以速度 v 向右运动.

在很短的 Δt 时间内, 导体棒从 MN 运动到 M_1N_1 . 这个过程中矩形线框的面积变化量为

$$\Delta S = lv\Delta t.$$

*感生电场与静电场的性质有很大不同. 比如, 感生电场的电场线是闭合曲线; 感生电场的电场力也不属于静电力, 而是导致感生电动势的“非静电力”.

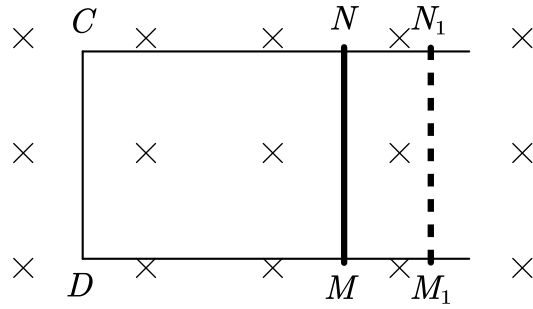


图 14.1: 导线切割磁感线

穿过线框的磁通量变化量则是

$$\Delta\Phi = B\Delta S = Blv\Delta t.$$

根据法拉第电磁感应定律 $E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, 可求得感应电动势

$$E = Blv. \quad (14.1)$$

这就是导体平动切割磁感线产生感应电动势的计算公式, 简称平动切割公式*.

如果导线的运动方向与导线本身是垂直的, 但与磁感线方向有一个夹角 θ , 那么导线的速度 v 与磁感应强度方向垂直的分量切割磁感线, 容易知道, 产生的感应电动势为

$$E = Blv \sin \theta.$$

由导体运动而导致磁通量变化, 从而产生的感应电动势, 叫作**动生电动势**, 产生的电流叫作**动生电流**.

在以上的讨论中, 导体棒连接在线框中, 感应电动势使线框中的自由电荷做定向移动, 从而产生感应电流. 如果是孤立的直导体棒在匀强磁场中运动, 因为没有闭合回路, 所以也没有感应电流. 但是导体棒内的自由电荷会随着导体棒运动, 并因此受到洛伦兹力. 导体棒中自由电荷相对于纸面的运动大致沿什么方向? 导体棒哪端的电势比较高? 导体棒一直运动下去, 自由电荷是否总会沿着导体棒运动? 为讨论方便, 下面把导体内的自由电荷看作正电荷.

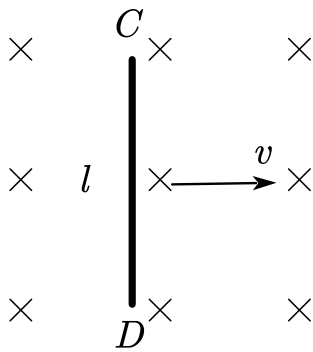


图 14.2: 运动的孤立导体棒

由左手定则可知, 在导体棒向右运动的过程中 (图 14.2), 导体棒内的自由电荷受向上的洛伦兹力, 所以自由电荷相对于导体棒向上运动, 也就是相对于纸面斜向右上方运动.

另一方面, 虽然右手定则用于判断感应电流的方向, 但是感应电流本质是自由电荷定向移动产生的, 所以我们也用右手定则判断运动导体棒的自由电荷运动方向. 根据右手定则, 导体棒内的自由电荷相对于导体棒向上运动.

一段导线在做切割磁感线的运动时相当于一个电源, 通过上面的分析可以看到, 这时的非静电力与洛伦兹力有关. 在电源内, 非静电力做功, 把电荷从低电势点移动到高电势点, 因此 C 点处电势高, D 点处电势低; C 点相当于

*平动与转动相对. 事实上, 我们还有转动切割公式, 但这超出了本书的范围.

电源正极, D 点相当于电源负极.

如果导体棒一直运动下去, 那么导体棒两端将聚集异种电荷而形成电场, 电场力与洛伦兹力反向. 因为 C, D 两端聚集的电荷越来越多, 在 CD 棒间的电场越来越强. 当自由电荷受到的电场力等于洛伦兹力时, 自由电荷不再相对于导体棒定向移动.

在图 14.1 中, 由于导体棒运动产生感应电动势, 电路中有电流通过, 导体棒在运动过程中会受到安培力的作用. 可以判断, 安培力的方向与推动导体棒运动的力的方向是相反的. 这时即使导体棒做匀速运动, 推力也做功. 如果没有推力的作用, 由于安培力做负功, 导体棒将消耗的自身的机械能.

在 14.6 节中, 我们将会从力学角度更详细地分析导体切割磁感线的运动.

14.4 电磁感应的应用

14.4.1 涡流

当某线圈中的电流随时间变化时, 由于电磁感应, 附近的另一个线圈中可能会产生感应电流. 这样的感应电流仍然是环绕的, 它产生的磁场阻碍通过它的磁通量的变化. 如果用图表示这样的感应电流, 看起来就像水中的漩涡, 所以把它叫作**涡电流**, 简称**涡流**.*

通过金属块的磁通量变化时, 金属块中会感应出涡流, 并且会产生热量. 冶炼炉, 电磁炉利用的就是涡流.

真空冶炼炉的炉外有线圈, 线圈中通入迅速变化的电流, 炉内的金属中产生涡流. 涡流产生的热量使金属熔化. 这种方式不需要空气, 可以在真空中进行, 防止空气中的杂质进入金属.

电磁炉加热食物时, 迅速变化的电流通过电磁炉面板下方的线圈, 线圈周围产生迅速变化的磁场, 变化的磁场使面板上方的铁锅底部产生涡流. 铁锅迅速发热, 从而达到加热食物的目的; 而电磁炉的面板却不会发热, 因此电磁炉只能搭配金属灶具使用.

电动机, 变压器的线圈都绕在铁芯上. 线圈中流过变化的电流, 在铁芯中产生的涡流使铁芯发热, 浪费了能量, 还可能损坏电器. 因此, 我们要想办法减小涡流. 途径之一是增大铁芯材料的电阻率, 另一个途径就是用互相绝缘的硅钢片叠成的铁芯来代替整块硅钢铁芯.

机场, 车站的金属探测器, 士兵用的地雷探测器, 利用的也是涡流. 探测器中的线圈有不断变化的电流, 当它靠近金属时, 金属中感应出涡流. 涡流产生的磁场反过来影响探测器中的线圈, 使探测器报警.

14.4.2 电磁阻尼 电磁驱动

上一节中我们分析到, 当导体在磁场中运动时, 感应电流会使导体受到安培力, 而安培力的方向总是阻碍导体的运动. 这种现象称为**电磁阻尼**.

这一现象可以用楞次定律解释: 闭合导体与发生切割磁感线的运动时, 由于通过它的磁通量发生了变化, 闭合导体会产生感应电流. 我们知道, 这称为动生电流. 根据楞次定律, 动生电流产生的磁场必定阻碍磁通量的变化; 而

*形成涡流的电场不是恒定电场, 而是感生电场. 所以感生电场也叫作涡旋电场.

磁通量变化使由于导体运动引起的, 所以动生电流受到的安培力会阻碍导体的运动.

如果是磁场相对于导体运动, 那么导体中会产生感应电流, 感应电流使导体受到安培力的作用, 安培力使导体运动起来, 这种作用称为**电磁驱动**. 交流感应电动机就是利用电磁驱动的原理工作的.

14.5 互感 自感

14.5.1 互感现象

在 14.1 节和 14.4.1 节中我们提到, 一个线圈中的电流变化时, 它所产生的变化的磁场会在另一个线圈中产生感应电动势. 这种现象叫作**互感**, 这种感应电动势叫作**互感电动势**. 利用互感现象可以把能量由一个线圈传递到另一个线圈, 在电子技术中有广泛应用.

互感现象不仅发生在两个线圈间, 而是可以发生在任何两个靠近的电路间. 有时, 互感现象会影响电路的正常工作, 这时要设法减小电路间的互感.

14.5.2 自感现象

当一个线圈中的电流变化时, 它所产生的变化的磁场在线圈本身激发出感应电动势. 这种现象称为**自感**, 由于自感而产生的感应电动势叫作**自感电动势**. 根据楞次定律, **自感电动势总是阻碍电流的变化**.

将灯泡与一个线圈串联, 当闭合开关时, 我们发现灯泡慢慢亮起, 这是因为线圈产生了与原电动势方向相反的自感电动势, 减缓了电流的增加.

将灯泡与一个线圈并联, 当断开开关时, 干路电流立刻消失, 但我们发现灯泡慢慢熄灭 (或者闪亮一下再熄灭), 这是因为线圈所在的支路上产生了与原电流方向相同的自感电流. 需要注意的是, 断开开关后, 流过灯泡的电流方向与之前相反. 如果把灯泡换成二极管, 则二极管会立即熄灭.

对于第二个例子来说, 事实上, 如果线圈的直流电阻大于灯泡的电阻, 那么电路稳定时线圈所在的支路电流较小, 灯泡会慢慢熄灭; 如果线圈的直流电阻小于灯泡的电阻, 则电路稳定时线圈所在支路得电流更大, 断电一瞬间产生的感应电流经过灯泡所在的支路, 并且感应电流大于原本流经灯泡的电流, 所以灯泡会闪亮一下再熄灭.

家中灯在开关时, 开关中的金属片容易产生电火花, 这也是自感电动势的存在造成的. 所以说, 燃气泄漏时不能随便开关灯. 变压器, 电动机等设备中有匝数很多的线圈, 当电路中的开关断开时会产生更大的自感电动势. 因此, 切断这类电路时, 必须采用特制的安全开关, 避免出现电火花.

14.5.3 自感系数

根据法拉第电磁感应定律, 自感电动势

$$E = n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = nS \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

其中 n 是线圈匝数.

实验表明,磁场的强弱正比于电流的强弱,因此

$$E \propto nS \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

写成等式,就是

$$E = L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

其中, L 叫作**自感系数**,简称**电感**.它与线圈的大小,形状,匝数,以及是否有铁芯等因素有关.电感的单位是**亨利**,简称**亨**,符号是 H .

14.5.4 磁场的能量

在上一小节的例子中,开关断开后,灯泡的发光还能维持一小段时间,有时甚至会比开关断开之前更亮.这时灯泡的能量是从哪里来的?

开关断开以后,线圈中的电流并未立即消失,线圈中有电流,有电流就有磁场,能量储存在磁场中.当开关闭合时,线圈中的电流从无到有,其中的磁场也是从无到有,这可以看作电源把能量输送给磁场,储存在磁场中.

当线圈刚刚接通电源的时候,自感电动势阻碍线圈中电流的增加;当电源断开的时候,自感电动势又阻碍线圈中电流的减小.线圈的自感系数越大,这个现象越明显,线圈能够体现电的“惯性”.

14.6 通电导线在磁场中的运动

14.6.1 通电导线在磁场中的受力

通电导线在磁场中的运动问题,是电磁感应,电路与力学的结合.分析这类问题的思路如下.

1. 用法拉第电磁感应定律和楞次定律求感应电动势的大小和方向;
2. 画出必要的等效电路图根据闭合电路欧姆定律求回路中的电流;
3. 分析导体的受力情况(包括安培力),结合力学方程求解.

在与电磁感应结合的动力学问题中,导体一般不是做匀变速运动,而是经历一个动态变化的过程,再趋于一个稳定状态.因此,解这类问题时,正确进行动态分析,确定最终的稳定状态是解题的关键.

下面举一个例子.

例 1 在 160 页的图 14.1 中,水平放置的光滑的矩形线框 $CDMN$ 置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中,匀强磁场的方向垂直于线框平面,导体棒 MN 的长度为 l .导体棒的电阻为 R ,矩形线框的电阻不计.现给导体棒一个向右的初速度 v_0 ,则导体棒此后的运动状态如何?

分析 导体棒运动切割磁感线,根据平动切割公式 (14.1),它产生大小为

$$E = Blv_0$$

的感应电动势.此时,在闭合电路中,导体棒就相当于电源.由右手定则可以判断,在导体棒上感应电流的方向向上,正电荷从 M 端移向 N 端.我们知道,在电源内,非静电力把正电荷从低电势点迁移至高电势点,所以 M 端相当于

电源负极, N 端相当于电源正极.

根据闭合电路的欧姆定律, 回路中的电流

$$I = \frac{E}{R} = \frac{Blv_0}{R}.$$

由于导体棒中存在电流, 它在磁场中会受到安培力的作用, 大小为

$$F = ILB = \frac{Blv_0}{R}lB = \frac{B^2l^2v_0}{R},$$

方向向左. 导体棒在安培力的作用下做减速运动, 这称为电磁阻尼. 随着导体棒的速度减小, 电流中的感应电流也减小, 从而物体受到的安培力也减小, 但安培力仍然阻碍导体棒的运动. 因此, 导体棒做加速度减小的减速运动, 直至静止在线框上.

14.6.2 电磁感应中的能量问题

电磁感应过程中往往涉及多种能量之间的相互转化. 因为感应电流在磁场中必定受到安培力的作用, 安培力做功的过程涉及电能与其他形式能的转化.

要分析电磁感应现象中的能量转化, 首先要确定安培力所做的功是正功还是负功.

如果电路里本来就有电流, 那么安培力可能会做正功, 把电能转化为机械能; 如果电路里原本没有电流, 我们用一根导体棒切割磁感线, 那么感应电流受到的安培力一般做负功, 阻碍感应电流的增加. 下面我们就具体分析安培力做负功的情况.

我们仍沿用上一个例子中的物理量. 不同的是, 为了简单起见, 我们先假设导体棒在外力的作用下做速度为 v 的匀速运动.

根据平动切割公式 (14.1), 导体棒产生的感应电动势

$$E = Blv,$$

在 Δt 时间内, 电流做的功为

$$W_{\text{电}} = EI\Delta t = Blv \cdot I\Delta t.$$

因为电路中只有电阻, 所以电流做的功全部转化为焦耳热, 即

$$W_{\text{电}} = Q.$$

导体棒切割磁感线产生了感应电流, 因此会受到安培力作用. 分析可知, 安培力的方向与导体棒运动方向相反, 大小为

$$F = IlB.$$

于是, 安培力所做的功为

$$W_{\text{安}} = -IlB \cdot v\Delta t.$$

可以看出, 安培力做的功与电流所做的功大小相等, 方向相反, 数值上等于电流产生的热量. 也就是说, 导体棒克服安培力做的功等于电路产生的焦耳热, 即

$$\boxed{-W_{\text{安}} = Q.}$$

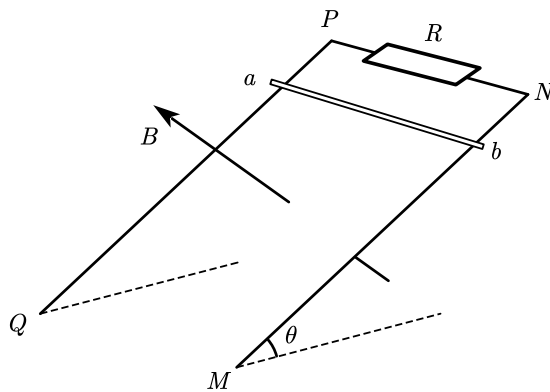


图 14.3: 例 2 题图

上述推导过程中为了简单起见, 我们假定导体棒匀速运动. 事实上, 如果导体棒非匀速运动, 我们只需把上面的 E, v, I 改为 $\bar{E}, \bar{v}, \bar{I}$, 便可以得到相同的结论.

既然是研究能量问题, 我们很自然的想到能量的守恒与转化. 在解决问题的时候, 使用上面的结论并结合动能定理列方程, 或者利用能量的守恒与转化列方程, 可以达到相似的效果. 下面我们看一个例子, 并用两种不同的方法解决问题.

例 2 如图 14.3 所示, PQ, MN 是两条平行金属轨道, 轨道平面与水平面的夹角为 $\theta = 36^\circ$, 上端连接电阻 R . 轨道上方放置一根质量为 $m = 1 \text{ kg}$ 的金属棒 ab , 金属棒和轨道其他部分的电阻不计. 空间内存在方向垂直于轨道平面向上的匀强磁场, 磁感应强度为 $B = 1 \text{ T}$. 金属棒 ab 从轨道上方某一位置下滑, 至位移为 $x = 5 \text{ m}$ 时恰好以速度 $v = 4 \text{ m/s}$ 做匀速运动. 已知重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 36^\circ = 0.6$, $\cos 36^\circ = 0.8$, 金属棒与轨道间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$. 求此过程中电阻 R 上产生的热量 Q .

解 解法一 金属棒从静止到匀速运动的过程中, 重力对它做正功, 摩擦力和安培力做负功. 设安培力做功的大小为 $W_{\text{克安}}$, 对这个过程应用动能定理, 有

$$mgx \sin \theta - \mu mgx \cos \theta - W_{\text{克安}} = \frac{1}{2}mv^2 - 0.$$

而导体棒克服安培力做的功等于电阻上产生的焦耳热, 即

$$W_{\text{克安}} = Q.$$

由此解得 $Q = 18 \text{ J}$.

解法二 金属棒从静止到匀速运动的过程中, 重力势能减小, 动能和内能增大. 重力势能转化为动能, 摩擦热和电阻上的焦耳热.

列出能量守恒与转化方程, 有

$$mgx \sin \theta = \frac{1}{2}mv^2 + \mu mgx \cos \theta + Q.$$

由此解得 $Q = 18 \text{ J}$.

可以看出, 能量守恒和动能定理实际上是等价的.

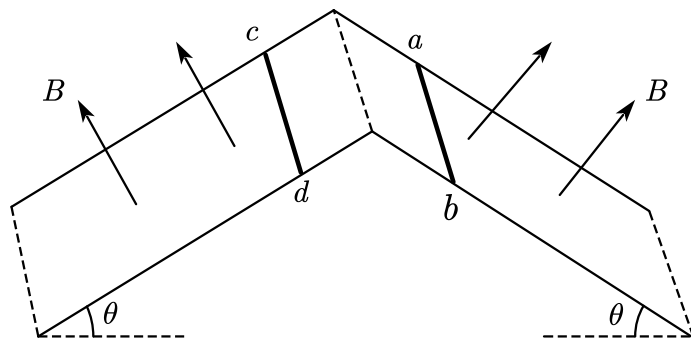


图 14.4: 例 3 题图

14.6.3 电磁感应与电荷量

由平动切割公式的推导过程可以知道, 它也适用于计算平均感应电动势, 即

$$\bar{E} = Bl\bar{v}.$$

式中 \bar{E} 为时间 Δt 内的平均感应电动势, \bar{v} 为时间 Δt 内的平均速度. 设导体棒位移为 x , 则 $x = \bar{v}\Delta t$.

上面所说的“平均”均指某个物理量关于时间的均值. 类似地, 时间 Δt 内的平均电流

$$\bar{I} = \frac{E}{R} = \frac{Bl\bar{v}}{R} = \frac{Bl\bar{x}}{R\Delta t}.$$

其中 R 是电路中的总电阻. 于是, 通过电路中某一导体的电荷量为

$$q = \bar{I}\Delta t = \frac{Bl\bar{x}}{R\Delta t}\Delta t = \frac{Blx}{R}.$$

应当考虑到, \bar{I} 表示的是电流关于时间的均值 (而非关于位移或其他物理量的均值), 所以用它乘以 Δt 来表示电荷量是合理的. 这就是导体棒切割磁感线时流经某一导体的电荷量的表达式, 即

$$q = \frac{Blx}{R}.$$

式中 x 是导体棒的位移, R 是电路中的总电阻. 由推导过程可知, 无论导体棒匀速运动还是非匀速运动, 只要知道导体棒的位移 x , 上式均适用.

回顾我们学过的知识, 力的冲量 $\bar{F}\Delta t$ 也有类似的形式.

如果放置在水平线框上的导体棒以某一初速度运动, 并置于垂直于线框平面的匀强磁场中, 那么导体棒将在安培力的作用下减速, 即电磁阻尼. 设匀强磁场的磁感应强度为 B , 则在时间 Δt 内导体棒受到的平均安培力

$$\bar{F} = \bar{I}lB,$$

其中 \bar{I} 为 Δt 内的平均感应电流.

如果导体棒在时间 Δt 内动能的增量为 Δp , 则以导体棒的运动方向为正方向, 由动量定理有

$$\bar{F}\Delta t = \Delta p.$$

把以上两式代入 $q = \bar{I}\Delta t$, 可以消去 \bar{F} , 得到

$$q = -\frac{\Delta p}{lB}.$$

当除安培力之外的其他力的合冲量为 0 时, 通过导体棒的电荷量符合上式.

例 3 图 14.4 为横截面为一等腰三角形的斜面体, 斜面倾角均为 $\theta = 30^\circ$. 两根足够长的平行金属导轨固定在斜面上, 导轨电阻不计, 导轨间距 $l = 0.4 \text{ m}$. 两导轨所处的斜面空间存在磁感应强度大小为 $B = 0.5 \text{ T}$, 方向分别垂直于两斜面向上的磁场. 在右边的斜面轨道上放置一根质量 $m_1 = 0.1 \text{ kg}$, 电阻 $R_1 = 0.1 \Omega$ 的金属棒 ab , ab 刚好不下滑. 然后, 在左边的轨道上放置一根质量 $m_2 = 0.4 \text{ kg}$, 电阻 $R_2 = 0.1 \Omega$ 的光滑导体棒 cd , 并让 cd 棒由静止开始下滑. cd 在滑动过程中始终处于磁场中, ab, cd 始终与导轨垂直, 且两端与导轨保持良好接触. 重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$. 求:

(1) ab 棒刚要向上滑动时, cd 棒的速度 v ;

(2) 若从 cd 棒开始下滑, 到 ab 棒刚要向上滑动的过程中, cd 棒滑动的距离 $x = 3.8 \text{ m}$, 求此过程中 cd 棒上产生的热量 Q ;

(3) 在 (2) 的条件下, cd 棒从静止开始, 运动到 $x = 3.8 \text{ m}$ 所用的时间 t .

解 (1) 根据题意, 在 cd 下滑之前, ab 恰好处于静止状态. 设摩擦力大小为 F_f , 则有

$$m_1 g \sin \theta = F_f.$$

ab 棒刚要向上滑动时, 它受到安培力, 摩擦力和重力 (要注意摩擦力的方向与之前相反).

$$IlB = m_1 g \sin \theta + F_f.$$

cd 棒切割磁感线, 产生的感应电动势

$$E = Blv,$$

由闭合电路欧姆定律可得

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}.$$

联立以上方程, 代入数据, 解得 $v = 5 \text{ m/s}$.

(2) 设此过程中回路产生的总焦耳热为 $Q_{\text{总}}$, 则由焦耳定律容易得到 Q 与 $Q_{\text{总}}$ 的关系, 即

$$\frac{Q}{Q_{\text{总}}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

根据能量的守恒与转化, 有

$$m_2 g x \sin \theta = \frac{1}{2} m_2 v^2 + Q_{\text{总}}.$$

联立解得 $Q = 1.3 \text{ J}$.

(3) 依题意, 当 cd 棒运动到 $x = 3.8 \text{ m}$ 时, ab 棒刚要向上滑动, 此时 cd 棒的速度为 v . 以沿斜面向下为正方向, 对这一过程应用动量定理, 可得

$$t \cdot m_2 g \sin \theta - \bar{I} l B t = m_2 v - 0, \quad (\text{i})$$

其中 \bar{I} 表示时间 t 内回路中的平均电流,

$$\bar{I} = \frac{Bl\bar{v}}{R_1 + R_2}, \quad (\text{ii})$$

其中 \bar{v} 表示 t 内金属棒 cd 的平均速率.

由于 $\bar{v}t = x$, 所以把 (ii) 代入 (i) 后可以消去 \bar{v} , 得到

$$t \cdot m_2 g \sin \theta - \frac{B^2 l^2 x}{R_1 + R_2} = m_2 v - 0.$$

代入数据, 解得 $t = 1.38 \text{ s}$.

第十五章 交变电流

我们已经学过了恒定电流. 在恒定电流的电路中, 电源的电动势不随时间变化, 电路中的电流, 电压也不随时间变化.

在工农业用电, 生活用电的电力系统中, 发电机产生的电动势是随时间做周期性变化的, 因而, 很多用电器中的电流, 电压也随时间做周期性变化. 方向随时间变化的电流叫作**交变电流**, 简称**交流**. 方向不随时间变化的电流称为**直流**. 电池供给的电流方向不随时间变化, 所以属于直流.

15.1 正弦式交变电流

图 15.1 为一种交流发电机的示意图. 装置中两磁极之间产生的磁场可近似为磁感应强度为 B 的匀强磁场. 为了便于观察, 图中只画出了其中的一匝线圈. 线圈的 AB 边连在金属滑环 K 上, CD 边连在滑环 L 上; 导体做的两个电刷 E, F 分别压在两个滑环上, 线圈在转动时可以通过滑环和电刷保持与外电路的连接.

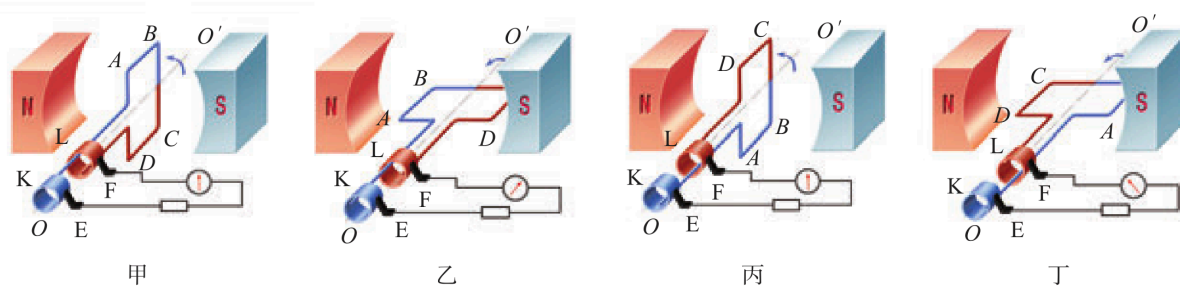


图 15.1: 交流发电机示意图

假定矩形线圈 $ABCD$ 绕 OO' 轴沿逆时针方向匀速转动, 我们来分析电流的变化.

根据法拉第电磁感应定律, 感应电动势的大小与磁通量的变化率成正比, 也就是与导体切割磁感线的速度成正比. AB 边和 CD 边切割磁感线, 而它们垂直于磁感线的速度不断变化, 所以感应电动势不断变化, 感应电流也同时发生变化.

可以看出, 在图 15.1 的甲, 丙两图中, 线圈垂直于磁感线所在的平面, 即 AB 边, CD 边的速度方向平行于磁感线所在的平面. 于是它们

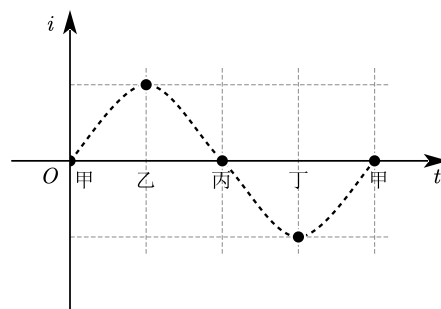


图 15.2: 线圈转动时产生的感应电流

垂直于磁感线方向的速度为 0, 所以感应电流也为 0.

在乙、丁两图中, AB 边, CD 边的速度方向垂直于磁感线所在的平面, 此时它们垂直于磁感线方向的速度最大, 感应电流也相应取得最大值.

用右手定则判断乙、丁两图电流的方向, 可以知道, 线圈从甲转到乙的过程中, 电流从 E 经过负载流向 F ; 线圈从丙转到丁的过程中, 电流从 F 经过负载流向 E . 感应电流随时间变化的曲线大致如图 15.2.

可以看出, 交变电流似乎在随着正弦函数的规律变化.

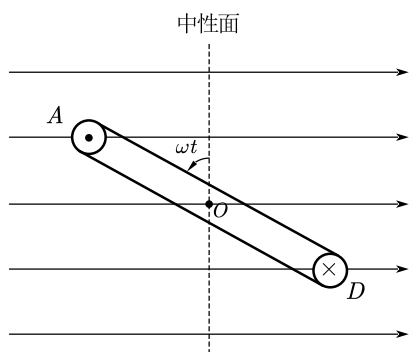


图 15.3: 线圈转到任意位置

对于图 15.1 所示的发电机, 设矩形线圈 AB 边长为 l , CD 边长为 d , 线圈转动的角速度为 ω . 线圈垂直于磁感线时所在的平面 (如图 15.1 甲) 叫作中性面. 设当线圈经过中性面时 $t = 0$, 此时感应电动势为 0. 经过一段时间 t 后, 线圈转过的角度 $\theta = \omega t$, 如图 15.3 所示.

线圈旋转过程中, AB 边和 CD 边的速度 $v = \omega \frac{d}{2}$, 所以与磁感线垂直的速度为

$$v \sin \theta = \frac{1}{2} \omega d \sin \omega t.$$

根据平动切割公式 (14.1), 它们产生的感应电动势

$$e = 2Blv \sin \theta = \omega Bld \sin \omega t = \omega BS \sin \omega t,$$

其中, S 表示线圈的面积.

设 $E_m = \omega BS$, 就得到

$$e = E_m \sin \omega t.$$

可以看出, 线圈产生的感应电动势是随时间按正弦函数的规律变化的. 式中 E_m 为常数, 表示变化过程中感应电动势的最大值, 称为峰值, 即图 15.1 乙对应的感应电动势 e 的值. 如果线圈的匝数为 N , 则 $E_m = N\omega BS$.

由于发电机的电动势 e 按正弦规律变化, 因此负载两端的电压 u , 流过的电流 i 也按正弦规律变化, 即

$$u = U_m \sin \omega t,$$

$$i = I_m \sin \omega t,$$

式中 U_m , I_m 分别为电压, 电流的最大值, 也叫峰值. 用 R 表示外电路的总电阻, r 表示线圈的内阻, 根据闭合电路欧姆定律

$$U_m = \frac{R\omega BS}{R+r},$$

$$I_m = \frac{\omega BS}{R+r}.$$

这种按正弦规律变化的交变电流叫作正弦式交变电流, 简称正弦式电流.

上面, 我们从导体切割磁感线的角度, 利用平动切割公式推导出了正弦式电流的表达式. 下面我们从数学的角度进行分析.

沿用前述的条件. 设当线圈经过中性面时 $t = 0$, 若线圈的面积为 S , 则经过时间 t 后, 通过线圈的磁通量

$$\Phi(t) = BS \cos \omega t.$$

根据法拉第电磁感应定律, t 时刻线圈产生的感应电动势

$$e = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)}{\Delta t} = (BS \cos \omega t)',$$

其中 $()'$ 表示求其导函数. 不考虑方向问题, 则由数学知识可得

$$e = \omega BS \sin \omega t.$$

这与导体切割磁感线的观点结果相同.

前面我们从线圈经过中性面时开始计时, 得到了上面的表达式. 如果 $t = 0$ 时线圈与中性面的夹角为 θ_0 , 根据三角函数的知识, 上面的表达式将会写成

$$e = E_m \sin(\omega t + \theta_0),$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta_0),$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_0).$$

特别地, 如果 $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, 即线圈的初始位置垂直于中性面, 那么

$$e = E_m \cos \omega t,$$

$$u = U_m \cos \omega t,$$

$$i = I_m \cos \omega t.$$

15.2 交变电流的描述

15.2.1 频率 周期

我们知道, 正弦式交变电流具有周期性. 因此可以用频率和周期表示其变化的快慢. 用 f 表示频率, T 表示周期, 根据频率与周期的定义可以知道

$$f = \frac{1}{T}.$$

频率的单位是赫兹 (Hz), 周期的单位是秒 (s).

根据三角函数的知识可知, 在表达式

$$i = I_m \sin \omega t$$

中, 感应电流 i 的周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

写成角速度 ω 与频率 f 的关系就是

$$\boxed{\omega = 2\pi f.}$$

由正弦式电流的特点可以知道, 在一个周期内, 线圈转动一周, 电流的方向变化 2 次.

15.2.2 峰值 有效值

峰值 I_m 或 U_m 表示交变电流能达到的最大值. 在考虑电路安全问题时, 我们要关注峰值. 比如, 把电容器接在交流电路中, 就需要知道电压的峰值. 电容器的击穿电压要高于交流电压的峰值 (而非有效值), 否则电容器就可能被击穿.

让交变电流与恒定电流分别通过大小相同的电阻, 如果在交变电流的一个周期内它们产生的热量相等, 而这个恒定电流的电流, 电压分别为 I, U , 我们就把 I, U 叫作这一交变电流的**有效值**.

类似地, 让内阻相同的交流发电机与直流发电机分别接在相同的电路上, 如果在交变电流的一个周期内它们所输出的功率相等, 而直流发电机的电动势为 E , 那么 E 就叫作交流发电机电动势的有效值.

从定义来看, 所谓“有效”指的是电流热效应的等效. 使用交流的电气设备上, 标出的额定电压和额定电流都是有效值; 交流电表测出的数值也是有效值. 以后提到交变电流的数值, 凡没有特别说明的, 都指有效值. 例如, 家庭电路的电压为 220 V, 指的就是有效值.

例 1 一个周期为 T s 的交变电流, 在 $0 \sim \frac{1}{2}T$ s 内的电流为 3 A, 在 $\frac{1}{2}T \sim T$ s 内的电流为 -1 A (“-”表示电流的方向与初始方向相反), 求该交变电流的有效值.

解 在一个周期 T 内, 该交变电流在电阻 R 上产生的热量

$$Q = (3 \text{ A})^2 \cdot R \cdot \frac{1}{2}T + (-1 \text{ A})^2 \cdot R \cdot \frac{1}{2}T = \frac{10}{2} \text{ A}^2 \cdot RT.$$

而对于电流为 I 的恒定电流, 时间 T 内在电阻 R 上产生的热量 $Q = I^2 RT$. 所以 $I^2 = \frac{10}{2} \text{ A}^2$, 即该交变电流的有效值 $I = \sqrt{5} \text{ A}$.

理论计算表明, 在正弦式电流中, 有效值 I, U, E 与峰值 I_m, U_m, E_m 的关系是

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

其中, $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$.

15.2.3 平均值

类似于平均速度与瞬时速度的概念, 感应电动势的平均值的计算方法如下. 如果在时间 Δt 内, 通过发电机线圈的磁通量变化了 $\Delta \Phi$, 那么根据法拉第电磁感应定律, 电动势的平均值为

$$\bar{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

如果把发电机接在电阻为 R 的纯电阻电路中, 忽略发电机内阻, 那么交变电流的平均值为

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R}.$$

交变电流的平均值与所选取的时间段有关, 不同时间内的平均值一般不同. 我们可以利用图像与坐标轴围成的面积在除以对应时间来计算平均值. 对于正弦式电流来说, 在一个周期内, 交变电流的平均值为 0.

15.3 电感器和电容器对交流的阻碍

电阻器,电感器和电容器对交流都有阻碍作用,称为**阻抗**。

电阻阻碍直流和交流 电阻器一般是金属导体,其中的电流是自由电子定向移动而形成的。在移动过程中,自由电子与金属正离子不断碰撞,阻碍了电流。这种阻碍作用对直流和交流是一样的,阻抗的大小就是电阻 R 。

电感器阻碍交流 把带铁芯的线圈和小灯泡串联起来,先把电路接在直流电源上,再接在电动势有效值与直流电源相同的交流电源上,可以发现接交流电源时小灯泡暗一些。

这是由于交流通过线圈时发生了电磁感应,楞次定律告诉我们,电磁感应对电流产生了阻碍作用,我们把这种阻碍作用称为**感抗**,用 X_L 表示。感抗是阻抗的一种。如果不计线圈的内阻,那么线圈对于直流来说相当于一根无电阻的直导线;而交流会受到线圈的感抗。

线圈的自感越大,交流的频率越高,线圈的感抗就越大。用 L 表示线圈的自感, f 表示交流的频率,则感抗

$$X_L = 2\pi fL.$$

交流可以通过电容器 我们知道,把电容器并联在通有恒定电流的电路中,电容器会先发生充放电,此时电容器两端的电压就是路端电压,流过电容器的平均电流可由 $Q = \bar{I}t$, $Q = CU$ 给出。当电容器达到稳定状态后,两极板间不再有电荷通过,电容器所在支路没有电流,相当于断路。

如果把电容器并联在交流电路中,那么电容器两端的电压将不断变化,电容器会不断的发生充放电。这样,电容器所在的支路就一直有充放电的电流,表现为交流“通过”了电容器。

电容器阻碍交流 把灯泡和电容器串联接在交流电源上,再把电容器取下,发现取下电容器后灯泡更亮一些。这说明电容器对交流也有阻碍作用,称为**容抗**,用 X_C 表示。容抗也是阻抗的一种。

容抗产生的原因是电容器极板上所带电荷对定向移动的电荷具有阻碍作用。电容器的电容越大,交流的频率越高,容抗越小。用 C 表示电容器的电容, f 表示交流的频率,则容抗

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}.$$

15.4 变压器

15.4.1 变压器的原理

变压器是由闭合铁芯和绕在铁芯上的两个线圈组成的。一个线圈与交流电源连接,叫作**原线圈**,也叫初级线圈;另一个线圈与负载连接,叫作**副线圈**,也叫次级线圈(图 15.4)。原线圈在其所处回路中充当负载,副线圈在其所处回路中充当电源。

互感现象是变压器工作的基础。电流通过原线圈时在铁芯中激发磁场,由于电流的大小和方向在不断变化,铁

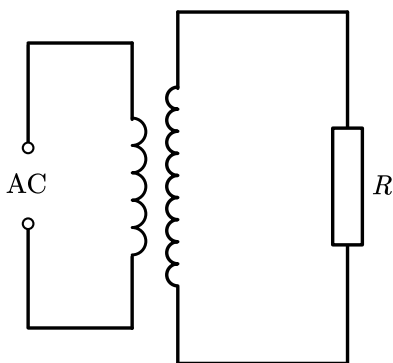


图 15.4: 变压器

芯中的磁场也在不断变化. 变化的磁场在副线圈中产生感应电动势, 所以尽管两个线圈之间没有导线相连, 副线圈也能够输出电流.

变压器只能改变交流的电压, 而恒定电流不能通过变压器. 正是因为交流的电压容易改变, 所以它在生产生活中得到了广泛的应用.

在输入的交流电压一定时, 原线圈, 副线圈取不同的匝数, 副线圈输出的电压也不一样, 变压器由此得名.

我们把没有能量损耗的变压器叫作理想变压器. 理想变压器的特点如下.

1. 无磁损, 即变压器铁芯内无漏磁;
2. 无铜损, 即原副线圈不计内阻, 有电流通过时不产生焦耳热;
3. 无铁损, 即闭合铁芯内的涡流为零.

下面我们就研究理想变压器原线圈, 副线圈两端的电压与线圈匝数的关系.

15.4.2 理想变压器的变压规律

对于理想变压器, 由于原副线圈缠绕在同一个铁芯上, 并且不计漏磁, 所以两线圈内磁通量时刻相等, 磁通量的变化率 $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 也时刻相等. 用 E_1, E_2 分别表示原副线圈内的感应电动势, 根据法拉第电磁感应定律有

$$E_1 = n_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad E_2 = n_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

所以

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

由于不计原副线圈的电阻, 因此原线圈两端的电压 $U_1 = E_1$, 副线圈两端的电压 $U_2 = E_2$, 那么

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

这就是说, 理想变压器原副线圈的电压之比, 等于原副线圈的匝数之比.

实验数据并没有严格遵循这样的规律. 这是因为, 变压器线圈通过电流时会发热 (铜损); 铁芯在交变磁场的作用下也会发热 (铁损); 此外, 交变电流产生的磁场也不可能完全局限在铁芯内 (磁损). 所有这些, 使得变压器工作时

有能量损耗. 但有些变压器的能量损耗很小, 可以忽略. 忽略这些能量损耗后, 我们认为理想变压器的输入功率与输出功率是相等的, 即

$$P_1 = P_2.$$

由此, 我们立即可以推导理想变压器电流与匝数的关系.

根据理想变压器的输入功率等于输出功率, 即 $I_1 U_1 = I_2 U_2$, 以及理想变压器电压与匝数的关系, 可得

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

即通过原副线圈的电流与原副线圈的匝数成反比.

如果副线圈的电压比原线圈的电压低, 这样的变压器叫作**降压变压器**, 反之则叫**升压变压器**. 变压器高压线圈匝数多而导线细, 低压线圈匝数少而导线粗, 这是高、低压线圈最直接的区别方法.

如果副线圈上不接负载, 即变压器空载时, 无电流, 电功率输出, 所以输入功率也为零; 如果副线圈短路, 副线圈中电流 I_2 极大, 则原线圈中电流 I_1 也极大, 将会把变压器烧坏.

15.4.3 有多个副线圈时的变压规律

当理想变压器上连有一个原线圈, 两个或多个副线圈时, 各线圈两端的电压之比仍然等于它们的匝数之比. 用 U_1, n_1 表示原线圈的电压和匝数, $U_2, U_3, \dots, n_2, n_3, \dots$ 分别表示各副线圈的电压和匝数, 则有

$$\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2} = \frac{U_3}{n_3} = \dots.$$

无论副线圈是两个还是更多个, 空载还是有负载, 均遵循此规律.

同样地, 由于理想变压器没有能量损耗, 所以输入功率 P_1 等于各线圈的输出功率 P_2, P_3, \dots 之和. 即

$$P_1 = P_2 + P_3 + \dots.$$

由此可以推出

$$I_1 n_1 = I_2 n_2 + I_3 n_3 + \dots.$$

15.4.4 自耦变压器

有这样一类变压器, 它的铁芯上只绕一个线圈, 低压线圈是高压线圈的一部分, 因此既可以作为升压变压器使用, 也可以作为降压变压器使用. 这样的变压器称为**自耦变压器**.

通过自耦变压器, 可以从零至最大值连续调节所需电压, 与分压电路的滑动变阻器类似.

15.5 电能的输送

我国发电站多建在西部, 而用电量大的城市在东部沿海地区. 在输送电能的过程中, 如何减少能量的损失呢?

如果导线的电阻为 0, 那么电能将无损失地全部输送过去. 然而, 在远距离的输电中, 输电的电阻难以忽略, 电

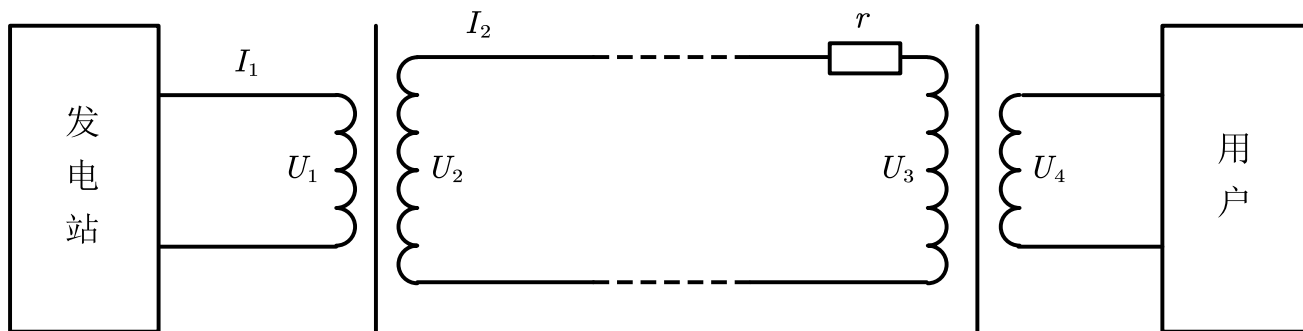


图 15.5: 高压输电示意图

流通过输电线产生焦耳热, 电能转化为内能. 设输电电流为 I_2 , 输电线的电阻为 r , 则输电线上的功率损失为

$$\Delta P = I_2^2 r = \frac{(U_2 - U_3)^2}{r}.$$

由此可知, 减少功率损失最直接的方式是减小输电线的电阻 r . 由电阻定律 (12.2) 可知, 要选择电阻率较小的材料作为输电线, 比如铜和铝, 其次要减小输电线的长度, 增加输电线的横截面积. 减小长度显然不太可行; 增加输电线的横截面积一方面可以减小电阻, 另一方面会增大输电线的质量, 使布线难度和成本增加.

另一个途径是减小输电电流 I_2 . 发电站的输出功率由用户实际使用的功率决定. 为了减小输电电流 I_2 , 同时又要保证向用户提供一定的电功率, 就要提高输电电压 U_2 . 输电电压提高到原来的 n 倍, 输电电流将变为原来的 $\frac{1}{n}$, 输电线上的功率损失将降为原来的 $\frac{1}{n^2}$.

远距离输电的过程可以简化为图 15.5, 其中 U_1 到 U_2 的变压器为升压变压器, 使输电电流从 I_1 降到 I_2 , U_3 到 U_4 的变压器为降压变压器, 使电压降为用户所需要的电压. 一般来说, 降压又会分为两次进行, 第一次降压在工厂附近降到 10 kV, 第二次在居民楼或办公楼附近降到 220 V 或 380 V.

根据以上分析可知, 采用高压输电是减少输电导线上电能损失最经济有效的方法. 然而输电电压也不是越高越好, 电压越高, 对输电线路绝缘性能的要求就越高, 线路修建费用就会增多, 对变压器的要求也相应提高. 另一方面, 高电压会在空间中产生电场和磁场, 长期的电磁辐射会对人体产生一定危害, 因此要选择合适的输电电压.

第三部分

热学

第十六章 分子动理论

金黄的油菜花铺满了原野，微风拂过，飘来阵阵花香。这些“花的原子”究竟是怎么运动的？经过很长一段探索历程之后，人们逐渐认识到，这种运动也是自然界中普遍存在的一种运动形式——热运动。

热学就是研究物质热运动规律及其应用的一门学科，是物理学的一个重要组成部分。

16.1 分子动理论

物质是由分子组成的，但分子太小，人类无法直接观察分子及其运动。同时，由于组成物质的分子难以计数，分子的运动又是杂乱的，随机的，用经典力学手段研究每个分子的运动实际上是不可能的。物理学家将力学方法和统计方法相结合，分析宏观可测的热现象，获得了分子无规则运动和分子间相互作用的重要信息，建立了分子动理论。

物质是由大量分子组成的

我们在初中已经学过，物体是由大量分子组成的。需要指出的是：在研究物质的化学性质时，我们认为组成物质的微粒是分子，原子或者离子。但是，在研究物体的热运动性质和规律时，不必区分它们在化学变化中所起的不同作用，而把组成物体的微粒统称为分子。

我们知道，1 mol 水中含有水分子的数量就达 6.02×10^{23} 个。这足以表明，组成物体的分子是大量的。

人们用肉眼无法直接看到分子，就是用高倍的光学显微镜也看不到。直至 1982 年，人们研制了能放大几亿倍的扫描隧道显微镜，才观察到物质表面原子的排列。

分子热运动

扩散 把一滴墨水滴入水中，墨水会慢慢地扩散开来，直到整个水都变成淡淡的墨色。把一滴香水喷在房间里，不一会儿，房间的每个角落都能闻到香水的味道。从许多实验和生活现象中我们都会发现，不同种物质能够彼此进入对方。在物理学中，人们把这类现象叫作扩散。

扩散现象并不是外界作用（例如对流，重力作用等）引起的，也不是化学反应的结果，而是由物质分子的无规则运动产生的。扩散现象是物质分子永不停息地做无规则运动的证据之一。

布朗运动 19 世纪初，一些人观察到，悬浮在液体中的小颗粒总在不停地运动。1827 年，英国植物学家布朗首先在显微镜下研究了这种运动。

取 1 滴用水稀释的墨汁,滴在载玻片上,盖上盖玻片,放在高倍显微镜下观察小炭粒的运动情况.改变悬浊液的温度,重复上述操作,观察悬浊液中小炭粒的运动情况.

从实验结果可以看出,小炭粒的运动是无规则的,温度越高,小炭粒的运动越明显.

如果在显微镜下追踪一颗小炭粒的运动,并绘制轨迹,就可以看出微粒的运动是无规则的.当时布朗观察的是悬浮在水中的花粉微粒.他起初认为,微粒的运动不是外界因素引起的,而是其自发的运动.

是不是因为植物有生命才产生了这样的运动?布朗用当时保存了上百年的植物标本,取其微粒进行实验,他还用了一些没有生命的无机物粉末进行实验.结果是,不管哪一种微粒,只要足够小,就会发生这种运动;微粒越小,运动就越明显.这说明微粒的运动不是生命现象.后人把悬浮微粒*的这种无规则运动叫作**布朗运动**.

在显微镜下看起来连成一片的液体,实际上是由许许多多分子组成的,液体分子不停地做无规则运动,不断地撞击微粒.在某一瞬间,微粒在某个方向受到的撞击作用较强;在下一瞬间,微粒受到另一方向的撞击作用较强,这样就引起了微粒无规则的运动.悬浮在液体中的微粒越小,在某一瞬间跟它相撞的液体分子数越少,撞击作用的不平衡性就表现得越明显,并且微粒越小,它的质量越小,其运动状态越容易被改变,因而,布朗运动越明显.如果悬浮在液体中的微粒很大,在某一瞬间跟它相撞的分子数很多,各个方向的撞击作用接近平衡,这时就很难观察到布朗运动了.

热运动 在扩散现象中,温度越高,扩散得越快.观察布朗运动,温度越高,悬浮微粒的运动就越明显.可见,分子的无规则运动与温度有关系,温度越高,这种运动越剧烈.因此,我们把分子这种永不停息的无规则运动叫作**热运动**.温度是分子热运动剧烈程度的标志.

分子间的相互作用

气体很容易被压缩,说明气体分子之间存在着很大的空隙.固体或液体不容易被压缩,那么,分子之间还会有空隙吗?

将两杯 50 mL 的水和酒精混合在一起,你会发现,混合后的体积小于两者体积之和.这表明液体分子间存在着空隙.再如,压在一起的金块和铅块,各自的分子能扩散到对方的内部,这表明固体分子之间也存在着空隙.

分子间有空隙,大量分子却能聚集在一起,这说明分子之间存在着相互作用力.这种作用力既有引力,又有斥力.

当用力拉伸物体时,物体各部分之间要产生反抗拉伸的作用力,此时分子间的作用力表现为引力.

当用力压缩物体时,物体各部分之间会产生反抗压缩的作用力,此时分子间的作用力表现为斥力.

图 16.1 中的两条虚线分别表示两个分子间的引力 $F_{引}$ 和斥力 $F_{斥}$ 随分子间距离 r 变化的情形;实线表示 $F_{引}$ 和 $F_{斥}$ 的合力 F (即实际表现出来的分子间的作用力)随 r 变化的情形.

从图示的曲线可以看出, $F_{引}$ 和 $F_{斥}$ 都随着 r 增大而减小,且 $F_{斥}$ 减小得更快.

当 $r = r_0$ 时, $F_{引} = F_{斥}$, $F = 0$, 这个位置称为平衡位置;

*要注意,分子的无规则运动不叫布朗运动.

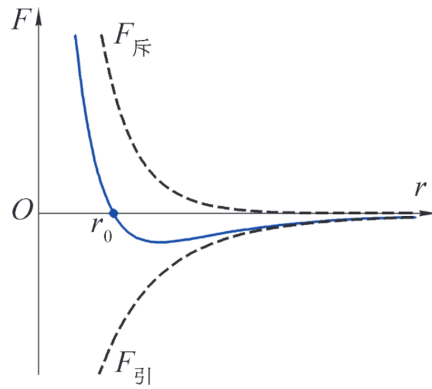


图 16.1: 分子间作用力

当 $r < r_0$ 时, $F_{引} < F_{斥}$, F 表现为斥力;

当 $r > r_0$ 时, $F_{引} > F_{斥}$, F 表现为引力.

r_0 的数量级约为 10^{-10} m. 当 r 的数量级大于 10^{-9} m 时, 分子间的作用力已经变得非常微弱, 可以忽略不计.

分子间为什么同时存在引力和斥力呢?

分子是由原子构成的, 而原子是由原子核和电子组成的. 原子核带正电, 电子带负电, 它们的总电荷量大小相等, 因而分子处于电中性状态, 对外不显电性. 当两个分子相互靠近时, 异号电荷之间产生吸引力, 同号电荷之间产生排斥力, 所以分子间同时存在引力和斥力. 两个分子刚开始靠近时, 每个分子上的电荷受到扰动而使它们的位置稍有变化, 两个分子中异号电荷之间的吸引作用超过同号电荷之间的排斥作用, 因此分子之间的作用力在总体上表现为引力. 如果两个分子进一步靠近, 以致带正电的原子核之间的库仑斥力变得显著, 这时分子间的作用力就表现为斥力.

分子动理论的基本内容

通过前面的学习已经知道: 物体是由大量分子组成的, 分子在做永不停息的无规则运动, 分子之间同时存在着引力和斥力. 这就是分子动理论的基本内容.

在热学研究中常常以这样的基本内容为出发点, 把物质的热学性质和规律看作微观粒子热运动的宏观表现. 这样建立的理论叫作分子动理论.

16.2 分子运动速率分布规律

大量随机事件的整体往往会表现出一定的规律性, 这种规律叫作统计规律.

16.2.1 分子速率分布的统计规律

对气体的大量实验表明, 所有分子速率的分布符合一定的统计规律.

运用统计方法可以找到气体分子速率的分布函数, 从而确定气体分子速率分布的统计规律. 该分子速率分布函数 $f(v)$ 的图像如图 16.2 所示. $f(v)$ 为在速率 v 附近单位速率间隔内气体分子数与分子总数的比.

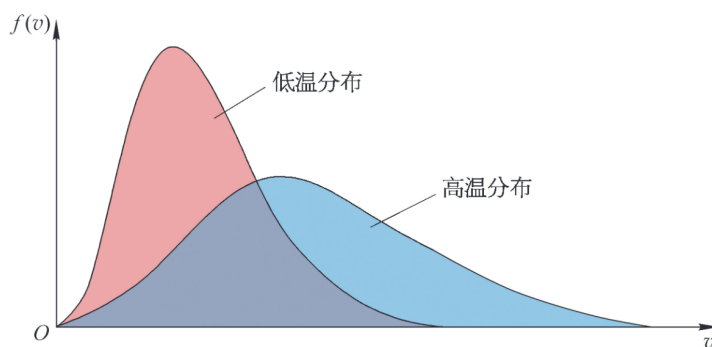


图 16.2: 气体分子速率分布曲线

这个规律指出: 一般而言, 气体分子的速率各不相同, 但大多数分子的速率都在某个数值 (峰值) 附近, 离开这个数值越远, 分子数越少, 呈现出“中间多, 两头少”的分布特征; 温度升高, 曲线的峰值会向速率大的方向移动, 速率的分布范围增大, 整个曲线将变得较为平坦.

16.2.2 气体压强的微观解释

从分子动理论的观点来看, 气体对容器的压强源于气体分子的热运动, 当它们飞到器壁时, 就会跟器壁发生碰撞 (可视为弹性碰撞), 就是这个撞击对器壁产生了作用力, 从而产生了压强. 以一个与器壁发生正碰的气体分子为研究对象, 由于是弹性碰撞, 所以气体分子与器壁碰撞前后的动量大小为 mv , 方向相反, 气体分子受到的冲量为

$$F\Delta t = mv - (-mv) = 2mv.$$

所以气体分子对器壁的平均作用力为

$$F = \frac{2mv}{\Delta t}.$$

气体对容器的压强是大量气体分子不断撞击器壁的结果. 或许有人会问, 这种撞击是不连续的, 为什么器壁受到的作用力却是均匀不变的呢? 事实上, 对于单个分子来说, 这种撞击是间断的, 不均匀的, 但是对于大量分子总的的作用来说, 就表现为连续的和均匀的了. 器壁单位面积上受到的压力, 就是气体的压强.

从微观角度来看, 气体分子的数量是巨大的. 一方面, 若某容器中气体分子的平均速率越大*, 单位面积上气体分子与器壁的碰撞对器壁的作用力就越大; 另一方面, 若容器中气体分子的数密度大*, 在单位时间内, 与单位面积器壁碰撞的分子数就多, 平均作用力也会较大.

*由上一小节的内容可知, 这受温度的影响.

*分子的个数与它们所占空间体积之比叫作分子的数密度, 通常用 n 表示.

16.3 物体的内能

16.3.1 分子动能和分子势能

分子不停地做无规则运动, 那么, 像一切运动着的物体一样, 做热运动的分子也具有动能, 这就是**分子动能**, 表示为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

其中 m 是分子的质量, v 是分子的速率.

单个分子的运动状态是随机的, 但从统计的角度了解大量分子热运动的宏观表现. 在研究热现象时, 我们关心的是组成物体的所有分子动能的平均值, 叫作**分子的平均动能**, 即

$$\overline{E_k} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}.$$

其中 $\overline{v^2}$ 是分子速率的平方的平均值.

温度越高分子热运动越剧烈, 分子平均动能越大. 因此, 从分子动理论的观点来看, **温度是物体分子热运动平均动能的量度**.

做热运动的分子间存在相互作用力, 这种作用力仅与分子间的距离有关. 当分子间的距离发生变化时, 分子间相互作用力会引起由分子间相对位置所决定的某种能量的变化, 物理学中把这种能量称为**分子势能**.

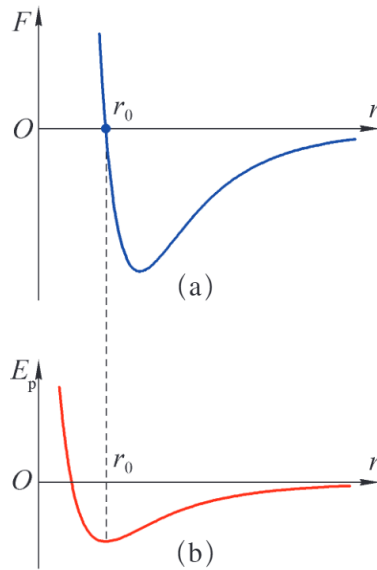


图 16.3: 分子间相互作用力和分子势能与分子间距离的关系

分子间相互作用力与分子间距离的关系如图 16.3 (a) 所示, 由图可知, 分子间距离 $r = r_0$ 时, 分子间相互作用力为零.

当 $r > r_0$ 时, 分子间相互作用力表现为引力, 这时增大 r 必须克服分子间引力做功, 分子势能 E_p 随分子间距离 r 增大而增大.

反之, 当 $r < r_0$ 时, 分子间相互作用力表现为斥力, 这时减小 r 必须克服分子间斥力做功, 因此 E_p 随 r 减小而增大.

综上所述, 当 $r = r_0$ 时, 分子势能 E_p 最小.

如果取 r 为无穷大时 E_p 为零, 则 E_p 随 r 的变化关系如图 16.3 (b) 所示.

物体的体积变化, 意味着分子间距离发生变化, 分子势能发生变化. 因此, 物体的分子势能与物体的体积有关.

16.3.2 物体的内能

综上所述, 物体是由大量分子组成的, 物体内部所有分子热运动的动能和分子势能的总和, 叫作物体的内能, 常用字母 U 来表示. 任何物体的分子都在做热运动, 所以任何物体都具有内能.

分子热运动的平均动能与温度有关, 分子势能与物体的体积有关. 一般说来, 物体的温度和体积变化时它的内能都会随之改变.

应当指出, 组成物体的分子在做无规则的热运动, 具有热运动的动能, 它是内能的一部分; 同时物体还可能做整体的运动, 因此, 还会具有动能, 这是机械能的一部分. 后者是由物体的机械运动决定的, 它对物体的内能没有贡献.

分子热运动中, 分子势能部分会使分子趋于团聚, 而分子动能会使分子趋于飞散. 设分子平均动能为 E_k , 分子最小势能的绝对值为 E_{pmin} . 则:

当 $E_k \gg E_{pmin}$ 时, 物质分子将尽可能地充满能占据的空间, 物质呈气态;

当 $E_k \ll E_{pmin}$ 时, 物质分子被束缚在尽可能小的空间, 物质呈固态;

当 $E_k \approx E_{pmin}$ 时, 物质呈液态.

16.4 温度和温标

16.4.1 气体宏观状态的描述

如果我们研究一箱气体的热学, 力学性质, 这箱气体是由大量分子组成的一个研究对象, 叫作一个热力学系统, 简称系统. 系统之外与系统发生相互作用的其他物体统称外界. 例如, 用酒精灯加热容器中的气体, 把气体作为研究对象, 它就是一个热力学系统, 而容器和酒精灯就是外界.

在力学中, 为确定物体 (质点) 机械运动的状态, 我们使用了物体的坐标和速度等运动参量. 在热学中, 为确定系统的状态, 也需要用到一些物理量, 这些物理量叫作系统的状态参量. 例如, 为了确定系统的空间范围, 要用到体积 V , 这是一个几何参量; 为了确定外界与系统之间或系统内部各部分之间的力的作用, 要用到压强 p , 这是一个力学参量; 而要确定系统的冷热程度, 就要用到已经学过的一个热学参量——温度 T .

体积, 压强, 温度这三个物理量描述了气体的宏观物理性质.

要定量地描述系统的状态往往很难, 因为有时系统的参量会随时间变化. 然而在没有外界影响的情况下, 只要经过足够长的时间, 系统内各部分的状态参量能够达到稳定. 举例说, 把不同压强, 不同温度的两箱气体注入同一个容器, 压强大的气体会向压强较小的一方流动, 温度高的气体会向温度低的一方传热. 但是如果容器与外界没有能量交换, 经过一段时间后, 容器内各点的压强和温度就都不再变化. 这种情况下我们说容器内的气体达到了平衡态, 否则就是非平衡态. 当系统处于平衡态时, 由于系统所有性质都不随时间变化, 我们就能比较容易地描述这些性质.

在中学阶段, 我们主要处理平衡态的问题.*

16.4.2 热平衡与温度

初中已经学过关于温度的知识. 当热水中的温度计的读数不再升高的时候, 大家就会自然地认为此时温度计的温度就是热水的温度. 然而, 现在要问的是: 我们凭什么说这个时候温度计的温度就是热水的温度?

如果两个系统相互接触而传热, 它们的状态参量将改变. 但是经过一段时间以后, 状态参量就不再变化了, 这说明两个系统对于传热来说已经达到了平衡. 这种平衡叫作**热平衡**.*

实验表明: 如果两个系统分别与第三个系统达到热平衡, 那么这两个系统彼此之间也必定处于热平衡, 这个结论称为**热平衡定律**.

热平衡定律表明, 当两个系统 A, B 处于热平衡时, 它们必定具有某个共同的热学性质, 我们就把表征这一“共同的热学性质”的物理量叫作**温度**. 换句话说, 温度是决定一个系统与另一个系统是否达到热平衡的物理量, 它的特点就是“达到热平衡的系统具有相同的温度”.

如果温度计跟物体 A 处于热平衡, 它同时也跟物体 B 处于热平衡, 根据热平衡定律, A 的温度便与 B 的温度相等, 这就是温度计能够用来测量和比较温度高低的基本原理.

16.4.3 温度计与温标

如果要定量地描述温度, 就必须有一套方法, 叫作温标.

确定一个温标时首先要选择一种测温物质, 根据这种物质的某个特性来制造温度计. 例如, 可以根据水银的热膨胀来制造水银温度计, 这时我们规定细管中水银柱的高度与温度的关系是线性关系. 还可以根据气体压强随温度的变化来制造气体温度计, 等等.

确定了测温物质和它用以测温的某种性质之后, 还要确定温度的零点和分度的方法. 例如, 摄氏温标曾经规定, 标准大气压下冰的熔点为 $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, 水的沸点为 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$; 并据此把玻璃管上 $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 刻度与 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 刻度之间均匀分成 100 等份, 每份算作 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

现代科学中用得更多的是**热力学温标**. 热力学温标表示的温度叫作**热力学温度**, 它是国际单位制中七个基本物理量之一, 用符号 T 表示, 单位是**开尔文**, 简称**开**, 符号为 K.

1960 年, 国际计量大会确定了摄氏温标与热力学温标的关系: 摄氏温标由热力学温标导出, 摄氏温标所确定的温度用 t 表示, 它与热力学温度 T 的关系是*

$$T = t + 273.15\text{ K}.$$

*我们知道, 两个温度不同的物体接触后, 温度较高的物体会向温度较低的物体传热, 这两个物体组成的系统处于非平衡态.

*“平衡态”指的是一个系统的状态;“热平衡”指的是两个系统之间的关系, 不要混淆.

*根据国家标准, 在表示温度差的时候可以用摄氏度 ($^{\circ}\text{C}$) 代替开尔文 (K), 即 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ 与 1 K 相等. 因此这个式子中 T 的单位用 K, t 的单位用 $^{\circ}\text{C}$.

第十七章 气体 液体 固体

17.1 气体

17.1.1 气体的等温变化

前面已经说过, 温度, 压强, 体积是描述气体状态的三个状态参量. 这三个状态参量之间存在一定的关系. 本节将通过实验研究一定质量的气体在温度保持不变的情况下气体压强与体积之间的变化关系, 这个变化过程叫作**等温变化**.

取一个不带针头的注射器, 把活塞拉到中部, 堵住注射孔, 体会推拉活塞时的感觉. 这时注射器内的气体处于平衡状态. 继续拉动活塞, 体会推拉活塞时的感觉. 松开手, 观察活塞的运动情况.

无论是推还是拉, 我们都能感受到阻力, 并且活塞移动的距离越大这种阻力越大.

英国化学家, 物理学家玻意耳和法国化学家马略特各自通过实验发现, 一定质量的气体在温度不变时, 压强 p 与体积 V 成反比. 这个结论叫作**玻意耳定律**. 即

$$p \propto \frac{1}{V}.$$

写成公式就是

$$pV = C,$$

式中 C 是一个常数, 它的数值与气体的质量, 温度和种类有关. 或者写成

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

的形式, 其中 p_1, V_1 是气体在某一状态下的压强和体积; p_2, V_2 是气体在另一个状态下的压强和体积.

图 17.1a 是一定质量的气体经历等温变化时的 p - V 关系曲线, 叫作等温线. 在 p - V 坐标系中, 等温线是一条双曲线.

玻意耳定律反映了气体宏观状态的变化规律, 这一规律可用分子动理论的观点从微观角度加以解释. 气体的压强取决于温度和容器内气体的分子数密度. 当质量一定的气体温度不变时, 气体的压强仅与气体的分子数密度有关. 故体积越小, 气体分子数密度越大, 单位时间内撞击单位面积的分子数越多, 气体的压强就越大.

17.1.2 气体的等压变化

化学实验中检查装置气密性时, 用手捂热烧杯, 发现导管中倒吸一段水柱, 这说明了什么?

实验表明, 在保持气体的压强不变的情况下, 一定质量气体的体积随温度的升高而增大.

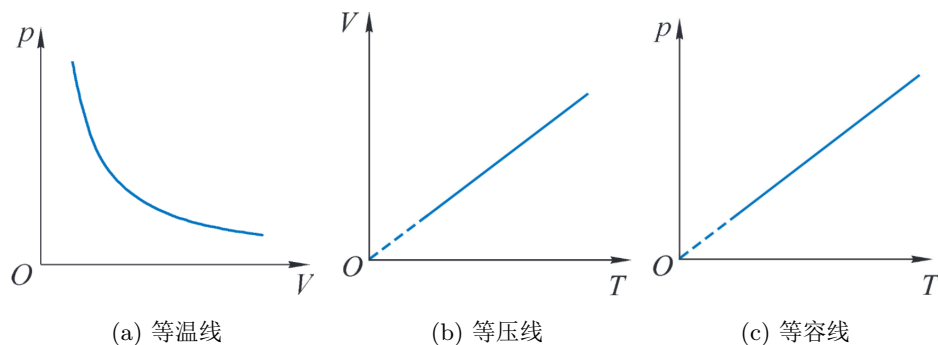


图 17.1: 等温线 等压线 等容线

一定质量的气体在体积保持不变情况下发生的变化叫作**等容变化**。

我们可以用实验研究一定质量的某种气体在压强不变的情况下, 其体积 V 与热力学温度 T 的关系. 实验表明, 在 $V-T$ 图像中, 等压线是一条过原点的直线 (图 17.1b). 法国科学家盖-吕萨克首先通过实验发现了这一线性关系, 这个规律可以表述为: 一定质量的某种气体, 在压强不变的情况下, 其体积 V 与热力学温度 T 成正比, 这个规律叫作**盖-吕萨克定律**. 即

$$V = CT,$$

其中 C 是一个常数, 它的数值与气体的质量和种类有关. 或者写成

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

的形式, 其中 V_1, T_1, V_2, T_2 分别是气体在不同状态下的体积和热力学温度.

一定质量的某种气体, 温度升高时, 分子的平均动能增大; 只有气体的体积同时增大, 使分子的数密度减小, 才能保持压强不变. 这就是盖-吕萨克定律的微观解释.

17.1.3 气体的等容变化

一定质量的某种气体, 在体积不变时, 压强随温度变化的过程叫作气体的**等容变化**。

在等容变化过程中, 压强 p 与摄氏温度 t 是一次函数关系, 不是简单的正比例关系. 但是, 如果把图线延长至与横轴相交, 把交点作为坐标原点, 建立新的坐标系 (图 17.1c), 那么, 这时的压强与温度的关系就是正比例关系了.

法国科学家查理在分析了实验事实后发现, 当一定质量的气体体积一定时, 各种气体的压强与温度之间都有线性关系.

可以证明, 气体的压强不太大, 温度不太低时*, 图 17.1c 中坐标原点代表的温度就是热力学温度的 0 K , 也称**绝对零度**. 所以说, 在 $p-T$ 图像中, 一定质量的某种气体的等容线是一条通过坐标原点的直线. 这时, 这个规律可以表述为: 一定质量的某种气体, 在体积不变的情况下, 压强 p 与热力学温度 T 成正比, 即 $p \propto T$. 这个规律叫作**查理定律**. 写成等式的形式就是

$$p = CT,$$

*相当于大气压几倍的压强都可以算作“压强不太大”, 零下几十摄氏度的温度也可以算作“温度不太低”。

其中 C 是一个常数, 它的数值与气体的质量和种类有关. 或者写成

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

的形式, 其中 p_1, T_1, p_2, T_2 分别是气体在不同状态下的压强和热力学温度.

一定质量的某种气体, 体积保持不变时, 分子的数密度保持不变. 在这种情况下, 温度升高时, 分子的平均动能增大, 气体的压强就增大. 这就是查理定律的微观解释.

17.1.4 理想气体及其状态方程

玻意耳定律, 盖-吕萨克定律和查理定律都是在压强不太大 (和大气压相比), 温度不太低 (和室温相比) 的条件下总结出来的气体实验定律. 在这种条件下, 气体分子之间的距离大约是分子直径的 10 倍, 分子的体积和分子间的相互作用可以忽略不计. 当压强很大, 温度很低时, 气体不再稀薄, 分子的体积和分子间的相互作用会对气体的宏观性质产生影响, 上述定律就不再适用.

为了研究方便, 可以设想一种气体, 在任何压强, 任何温度下都遵循气体实验定律, 这样的气体叫作**理想气体**. 理想气体作为一种理想化的物理模型, 完全忽略分子本身体积和分子间的相互作用. 常温常压下, 大多数实际气体都可近似看作理想气体.

综合上述三个定律, 可以得出, 当一定质量的理想气体在状态发生变化时, 其压强 p , 体积 V 和热力学温度 T 一般同时发生变化. 设容器内用活塞封有一定质量的理想气体, 气体在初态 1 和末态 2 的状态参量分别为 p_1, V_1, T_1 和 p_2, V_2, T_2 . 利用气体实验定律和控制变量法可推得

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

气态方程告诉我们, 对于一定质量的理想气体来说, $\frac{pV}{T}$ 是一个常量, 即

$$\frac{pV}{T} = C. \quad (17.1)$$

这就是**理想气体的状态方程**, 简称**气态方程**. C 是一个与气体质量和种类有关的常量, 与气体的物质的量成正比, 即 $C = nR = \frac{m}{M}R$, 其中 n 是气体的物质的量, m 是气体的质量, M 是气体的摩尔质量, R 是常量, 叫作普适气体常量. 因此, 对任何质量的某种理想气体有

$$pV = nRT. \quad (17.2)$$

这个关系式叫作**克拉珀龙方程**, 在解决有关气体的实际问题中有着广泛的应用.

17.2 固体

冬天, 漫天的雪花从空中飘落令人欣喜. 如果用放大镜观察, 晶莹剔透的雪花则会让你看到一个奇幻的世界. 大自然创造的每一片雪花都是独特的, 可是它们大多有“六个枝条”, 在外形上体现出一定的规则性.

17.2.1 晶体和非晶体

自然界中大量物质都以固体形式存在。固体是物质的一种凝聚形态。从结构上说，一般可以把固体分成晶体和非晶体两大类。晶体中的原子或分子在空间的排列是周期有序的，而非晶体中的原子或分子在空间的排列是无序的，没有周期性。常见的晶体有石英，云母，明矾，食盐，硫酸铜，味精等，常见的非晶体有玻璃，蜂蜡，松香，沥青，橡胶等。

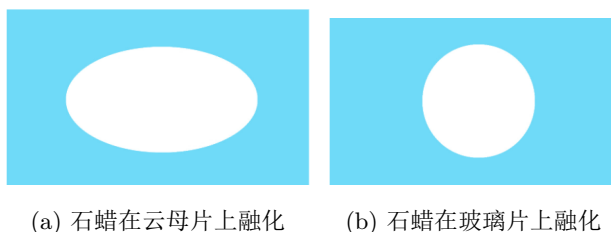


图 17.2: 石蜡在云母片和玻璃片上的熔化情况

分别在云母薄片和玻璃片上表面涂一层很薄的石蜡，用烧热的钢针去接触它们的下表面，比较观察到的结果。

如图 17.2 所示，云母片上熔化的石蜡呈椭圆形，玻璃片上熔化的石蜡呈圆形。这表明云母在各个方向上的导热性能是不一样的；而玻璃在各个方向上的导热性能是相同的。

沿着不同方向撕开云母片，所需用力的大小不同，说明云母晶体在不同方向上的力学性质也是不同的；沿任意方向敲打玻璃，玻璃都会“粉身碎骨”，说明玻璃在各个方向的力学性质都相同。

晶体在不同方向上的物理性质（力学，热学，电学，光学性质等）不同，这种现象称为**各向异性**。非晶体在不同方向上的物理性质相同，这种现象称为**各向同性**。这是区别晶体与非晶体的一个重要特征。

常见的金属没有规则的形状，但具有确定的熔点。它们是晶体还是非晶体？

从金属的显微图样中可以看到，它是由许多细小的晶粒组成的。每个晶粒都是一个小的**单晶体**，有规则的形状且各向异性。

但是，由于这些小的单晶体的取向杂乱无章，所以金属没有确定的几何形状，也不显示各向异性，仅保留了在一定压强下具有确定熔点的特征，我们把它称为**多晶体**。

蔗糖受潮后粘在一起形成的糖块，看起来没有确定的几何形状。但是用放大镜观看，仍可以发现组成糖块的一个个晶体粒。粘在一起的糖块也是多晶体，单个的蔗糖晶体颗粒是单晶体。

晶体和非晶体之间有时可以相互转化。天然水晶是晶体，而熔化以后再凝结成的水晶——石英玻璃却是非晶体。非晶体在一定条件下也可以转化为稳定的晶体。

17.2.2 晶体的微观结构

为什么晶体和非晶体会会有上述差异？

人们认为很可能是它们的微观结构不一样。从 17 世纪到 19 世纪，陆续出现了一些假说，某一种假说认为各种晶体内部的微粒是按各自的规则排列着的。到了 20 世纪初，通过 X 射线在晶体上衍射的实验，这种假说才得到证

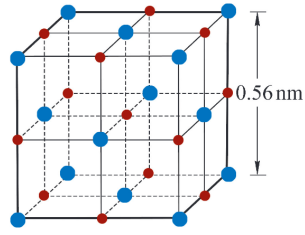


图 17.3: 氯化钠晶体的微观结构

实. 在 20 世纪 70 年代, 人们又用电子显微镜观察到了铀, 钷原子的像. 1982 年, 人们用扫描隧道显微镜观察到物质表面原子的排列.

固体中分子或原子间距离约为 0.1 nm 量级, 相互作用比较明显. 组成晶体的微粒 (分子, 原子, 离子或它们的团簇) 依照一定的规律在空间整齐地排列. 如图 17.3 所示, 食盐的晶体是由钠离子 (图中红点) 和氯离子 (图中蓝点) 组成的, 它们等间距地交错排列在三组互相垂直的平行线上. 组成晶体的微粒在固定的平衡位置附近不停地做微小振动, 因此晶体具有规则的外形.

当晶体从外界吸收热量时, 微粒的振动加剧, 温度升高. 当晶体的温度达到熔点时, 微粒的剧烈振动会破坏其原有的规则排列, 空间点阵瓦解, 于是变成液体. 在此过程中, 晶体吸收的热量用来逐步破坏它的空间点阵, 所以固液混合物的温度并不升高. 晶体完全熔化后, 随着继续从外界吸收热量, 温度又开始升高.

非晶体由于微粒的排列不规则, 吸收热量后微粒的振动不断加剧, 温度持续升高, 非晶体由硬变软, 最后变成液体. 因此, 晶体有固定的熔点, 非晶体无固定的熔点.

尝试在正方形网格上画出三条同起点的等长线段, 会发现经过网格交点的数目, 间距不同. 把网格交点看成晶体整齐排布的物质微粒, 就可以理解晶体的各向异性.

17.3 液体

在太空舱内, 把金属圈插入饮用水袋后抽出, 金属圈上形成了一个水膜. 轻晃金属圈, 水膜并未破裂, 用饮水袋不断注水, 水膜很快长成一个晶莹剔透的大水球. 水膜为什么会成为球形?

17.3.1 液体的微观结构

液体没有确定的形状, 具有流动性; 有确定的体积, 不易被压缩, 其性质介于固体和气体之间. 液体汽化时体积膨胀上千倍, 大多数液体凝固时体积缩小, 缩小一般不超过 10%.

液体分子的热运动主要是在平衡位置附近的微小振动. 但液体分子没有固定的平衡位置, 它们在某一平衡位置附近振动一小段时间后, 又移到另一个平衡位置附近做微小振动. 这就是液体具有流动性的原因.

液体分子是聚集在一起的, 因此液体具有确定的体积, 且不易被压缩. 但液体分子的位置只在很小的区域内表现出一定的规律性, 而且这种区域随时可能瓦解再重新组合. 从更大的范围来看, 液体分子的位置则具有明显的不确定性.

宏观的液体就是大量暂时形成的分子集团的组合, 这些分子集团杂乱无章地排列着, 因而液体在各个方向上的物理性质都相同.

17.3.2 液体的表面张力

将系有松弛棉线的铁丝环浸入肥皂液中再轻轻提起来, 使环上结成肥皂薄膜. 用烧热的针刺破棉线某一侧的薄膜后, 另一侧肥皂膜就会立即收缩把松弛的棉线绷紧, 并且始终向着肥皂膜一侧收缩, 液体的表面具有收缩趋势.

这些现象说明, 液面对边缘有拉力作用, 且拉力的方向与边缘垂直. 设想在液体表面任意画一直线 MN , 把液面切分为 ① 和 ② 两部分, 如图 17.4 (a) 所示, 则液面①和②之间存在一对相互作用的拉力, 这对拉力垂直于直线 MN , 沿液体表面均匀地分布在直线 MN 的两侧. 液体表面存在的这种拉力称为**表面张力**. 可见, 表面张力有使液体表面收缩的趋势.

表面张力源于液体表面层分子之间的相互作用力. **表面层**是指液体与空气接触的薄层, 厚度约为 1 nm , 如图 17.4 (b) 所示. 相对于液体内部, 表面层中的分子数密度变小, 分子间距变大, 相邻分子间的距离比液体内部的略大, 根据两个分子之间的作用力随彼此间距变化的关系, 此时分子间表现为引力, 导致液体表面具有收缩趋势. 由此可见, 液体表面层可视为被拉伸的弹性膜, 膜中存在张力, 这就是液体表面张力产生的原因.

在前面的例子中, 薄膜未刺破时棉线两边分子相互吸引, 棉线两边液面的表面张力平衡. 如刺破一侧薄膜, 刺破侧的液面消失, 棉线便成为另一侧薄膜表面的边缘, 垂直于棉线的表面张力使液面收缩, 棉线便向这一侧绷紧.

在表面张力的作用下, 液体的表面积趋于最小. 由于相同的体积下球形的表面积最小, 小草上的露珠在表面张力的作用下近似呈球形. 在完全失重的太空舱中, 由于没有重力的作用, 水膜在表面张力的作用下形成了完美的球形.

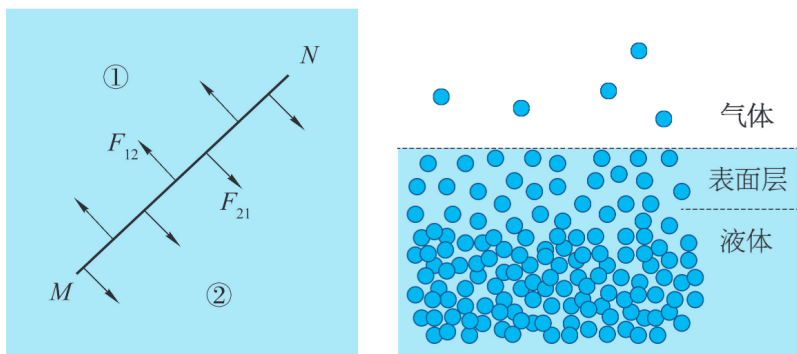


图 17.4: 液体的表面张力

17.3.3 浸润和不浸润

将洁净的玻璃片和石蜡块分别浸入水中后取出, 可以发现玻璃表面沾上一层水, 且扩张成薄层, 这种现象叫作**浸润**; 而石蜡表面不沾水, 这种现象叫**不浸润**.

一种液体是否浸润某种固体, 与这两种物质的性质都有关系. 例如, 水银不浸润玻璃, 但浸润铅. 如果把水银滴到干净的铅板上, 水银就会附着在铅板上, 很难擦去.

固体能否被液体浸润, 取决于固体分子对液体分子的作用力与液体内部分子相互作用力的关系.

在液体与固体的接触处形成的液体薄层叫附着层. 当固体分子对附着层内液体分子的吸引力大于液体内部分子间的吸引力时, 附着层液体有沿固体壁扩展的趋势, 这就形成了液体对固体的浸润现象. 由于上述原因, 试管中的液体浸润玻璃时, 管壁附近的液面沿管壁向上延伸, 如图 17.5 (a) 所示.

当固体分子对附着层内液体分子的吸引力小于液体内部分子间的吸引力时, 附着层液体有收缩趋势, 这就造成了液体对固体的不浸润现象. 例如, 汞气压计玻璃管中的汞面是向上凸起的弯月面, 就是因为汞不浸润玻璃, 如图 17.5 (b) 所示.

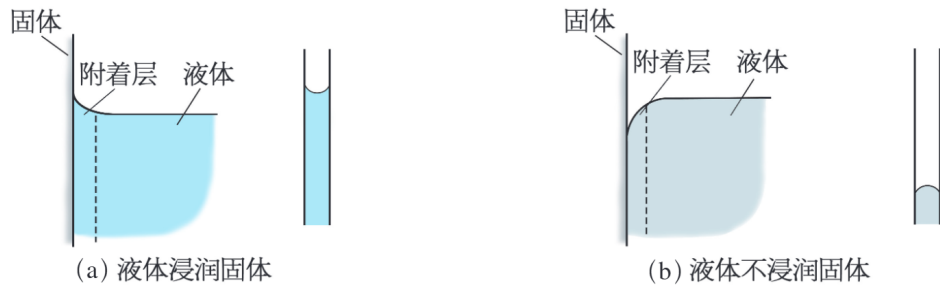


图 17.5: 浸润和不浸润

通过类似的活动, 可以发现水对玻璃浸润, 对塑料不浸润. 细玻璃管内的水面高于管外水面, 而且管越细, 管内水面越高; 塑料吸管内的水面低于管外水面, 而且管越细, 管内水面越低.

浸润液体在细管中上升和不浸润液体在细管中下降的现象叫作**毛细现象**. 内径小到足以发生明显毛细现象的管道叫**毛细管**.

毛细现象在自然界和生活中普遍存在. 纸张, 纺织品, 粉笔等能吸水, 就是由于水能浸润这些多孔性物质 (即具有大量毛细管) 产生了毛细现象. 脚踩在海边的沙滩上, 一会儿脚下就渗出水来, 这是因为沙中的孔隙变细, 形成毛细管, 水就容易上升到地面上来.

又如, 土壤里有很多毛细管, 地下的水分可以沿着它们上升到地面. 如果要保存地下的水分, 就要把地面的土壤锄松, 破坏这些土壤里的毛细管. 相反, 如果想把地下的水分引上来, 就不仅要保持土壤里的毛细管, 而且还要使它们变得更细, 这时就要用碾子压紧土壤.

17.3.4 液晶

1888 年, 奥地利科学家莱尼兹尔做实验时发现“安息香酸酯”晶体加热到 $145.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时会熔化为浑浊的液体, 继续加热到 $178.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时又变得清澈透明了. 后来, 德国物理学家列曼把上述那种处于“中间地带”的浑浊液体叫作**液晶**.

液晶既像液体一样具有流动性和连续性, 其分子又保持着固态晶体特有的规则排列方式, 在光学上具有各向异性等晶体特有的物理性质. 图 17.6 所示是固态, 液晶态和液态分子排列的示意图, 液晶态的分子排列方式介于固态和液态之间, 所以也称为介晶态.

不加电压时, 液晶是透明的; 加电压时, 液晶不透明, 光线不能通过. 利用液晶的这一特性可制成各种显示元件.

在液晶中掺入少量多色性染料,染料分子与液晶分子结合,对液晶施加电场,电场强度不同时,液晶对不同颜色光的吸收强度不同,就能显示出各种颜色.液晶显示具有低电压,低功耗两大突出的优点.

目前,液晶已经广泛应用于电子工业,航空航天工业,生物,医学等众多领域,液晶的基础理论研究已成为凝聚态物理学的一个重要分支.

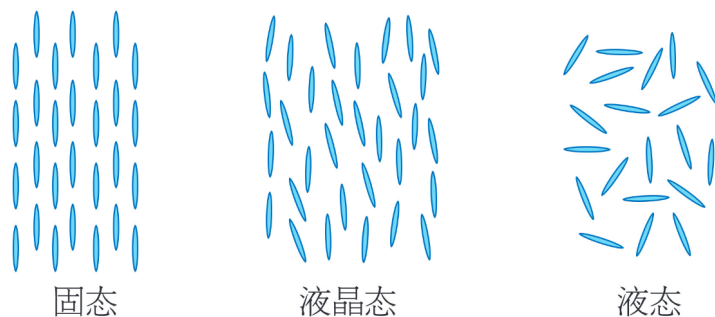


图 17.6: 固态,液晶态和液态分子排列的示意图

第十八章 热力学定律

18.1 功和热与内能的改变

第四部分

振动与波

第十九章 机械振动

钟摆的来回摆动, 水中浮漂的上下浮动, 树梢在微风中的摇动, 自然界有很多这样的运动. 通过观察可以发现, 上述物体总是在某一位置附近做往复性的运动.

我们把物体或物体的一部分在一个位置附近的往复运动, 称为**机械振动**, 简称**振动**.

19.1 弹簧振子的振动

19.1.1 弹簧振子

如图 19.1 所示, 把一个有孔的小球套在水平光滑的金属杆上, 能够自由滑动. 轻质弹簧一端固定, 另一端与小球连接. 这样就构成了一个最简单的振动系统——**弹簧振子**. 构成弹簧振子的小球可视为质点.

小球在 O 点不受弹簧弹力的作用, 在运动方向上合力为 0. 在物理学中 O 点称为**平衡位置**. 一旦小球受到扰动离开 O 点, 它就会受到指向 O 点的弹力作用, 最远可到达 B, C 两点处. 于是, 小球在弹力的作用下将不断在 O 点两侧来来回回, 做周期性的往复运动. 弹簧振子的运动是一种典型的振动.

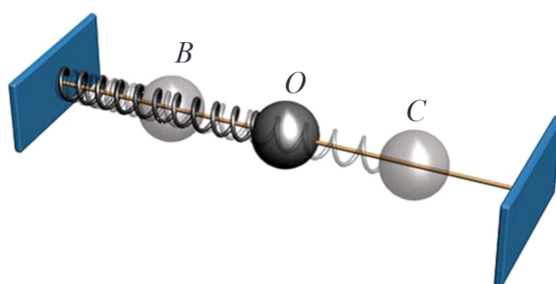


图 19.1: 弹簧振子

19.1.2 振动图像

要想了解弹簧振子的运动特点, 就要知道它的位置随时间变化的关系.

以平衡位置为坐标原点 O , 沿小球的振动方向建立坐标轴, 规定水平向右为正方向. 小球在平衡位置右侧时, 它的位置坐标 x 为正; 在平衡位置左侧时, 位置坐标 x 为负. 小球的位置坐标 x 反映了小球相对于平衡位置的位移. 小球的位置—时间图像就是小球的位移—时间图像.

利用频闪照相, 照相机连拍, 或用摄像机摄像后逐帧观察的方式, 都可以得到相等时间间隔的不同时刻的小球的位置. 选取小球的平衡位置为坐标原点, 建立如图 19.2 所示的直角坐标系, 横轴和纵轴分别表示时间 t 和位移 x . 在坐标系中标出各时刻小球的位置, 用曲线把各点连接起来, 就得到小球的位移—时间图像, 即 $x-t$ 图像. $x-t$ 图像也叫作振动图像.

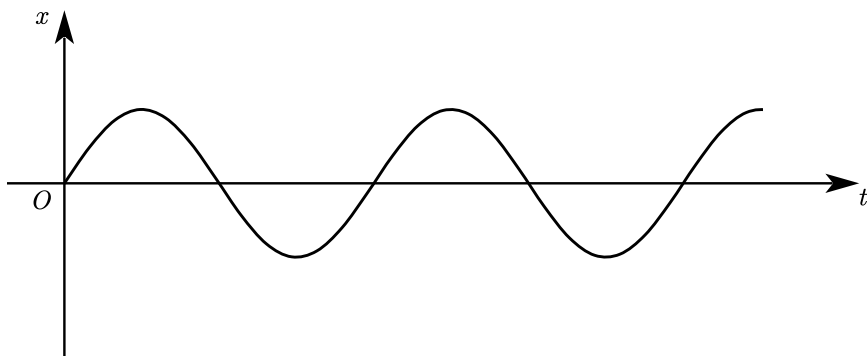


图 19.2: 振动图像

从获得的振动图像可以看出, 小球位移与时间的关系似乎是一条正弦曲线. 但它是否真的符合正弦函数的解析式呢? 这还需要进一步的证明.

如何证明弹簧振子的运动符合正弦函数的规律呢?

方法一 假定图 19.2 中的曲线是正弦曲线, 测量它的振幅与周期, 利用数学知识写出函数表达式, 然后与实验数据进行对比, 看是否吻合.

方法二 在图 19.2 中, 测量小球在各个位置的横坐标和纵坐标. 把测量值输入到计算机中, 并用计算机验证它们是否符合正弦函数的规律.

通过仔细的分析会发现, 小球位移与时间的关系确实是正弦函数关系.

如果物体的位移与时间的关系遵从正弦函数的规律, 即它的振动图像 ($x-t$ 图像) 是一条正弦曲线, 这样的振动就是简谐运动.

19.2 简谐运动的描述

我们已经知道, 做简谐运动的物体的位移 x 与运动时间 t 之间满足正弦函数关系. 因此, 位移 x 的一般函数表达式可以写为

$$x = x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (19.1)$$

其中 A , ω , φ_0 是参量. 下面我们根据上述表达式, 来分析简谐运动的特点, 并说明各参量的物理意义.

19.2.1 振幅

因为 $\sin(\omega t + \varphi_0) \in [-1, 1]$, 所以 $x \in [-A, A]$. 即

$$0 \leq |x| \leq A.$$

可以看出, A 是小球离开平衡位置的最大距离, 称为**振幅**. 振幅是表示物体振动幅度的物理量, 单位是米.

如果记平衡位置为 O 点, M 和 N 分别是右端和左端的最远位置, 那么

$$|OM| = |ON| = \frac{1}{2}|MN| = A.$$

振动物体运动的范围是振幅的两倍.

19.2.2 周期 频率

做简谐运动的小球, 如果在经过 O 点时开始计时, 那么它将向右经过 M 点, 然后向左回到 O 点, 又继续运动到 N 点, 之后又向右回到 O . 这样一个完整的振动过程称为一次**全振动**. 不管从哪里开始计时, 做简谐运动的物体完成一次全振动的的时间总是相同的.

做简谐运动的物体完成一次全振动所需要的时间, 叫作振动的**周期**. 在一个周期内, 小球完成一次全振动, 经过的路程是振幅的 4 倍.

物体完成全振动的次数与所用时间之比, 叫作振动的**频率**, 数值上等于单位时间内完成全振动的次数. 用 T 表示周期, f 表示频率, 则有

$$f = \frac{1}{T}.$$

在国际单位制中, 周期的单位是秒, 频率的单位是**赫兹** (Hz). $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$. 周期和频率都是描述振动快慢的物理量. 周期越小, 频率越大, 表示振动越快.

对于 (19.1) 式给出的函数 $x(t)$, 我们知道, $(\omega t + \varphi_0)$ 在每增加 2π 的过程中, 函数值 x 周期性变化一次, 函数的周期 T 就是简谐运动的周期 T . 于是有

$$\omega(t + T) + \varphi_0 = (\omega t + \varphi_0) + 2\pi.$$

由上式解得

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

根据周期与频率的关系, 上式还可以写为

$$\boxed{\omega = 2\pi f.}$$

可见, ω 是一个与频率成正比, 与周期成反比的物理量, 它也可以描述简谐运动的快慢, 叫作**圆频率**.

用图 19.1 中的弹簧振子进行实验. 把小球拉离平衡位置一段距离 A , A 就是振动的振幅. 用停表测出小球完成 n 个全振动所用的时间 t , $\frac{t}{n}$ 就是振动的周期. n 的值取大一些可以减小测量误差.

改变振幅 A 的大小, 用同样的方法测量振动的周期, 有什么规律?

实验证明, 弹簧振子的振动周期与振幅无关. 事实上, 所有简谐运动的周期都与其振幅无关. 在下一节, 我们将对这个结论进行证明, 并给出简谐运动的周期公式.

19.2.3 相位

对于 (19.1) 式给出的函数 $x(t)$, 在一个周期内, 每一个 $(\omega t + \varphi_0)$ 对应着一个不同的函数值. 也就是说, 当 $(\omega t + \varphi_0)$ 确定时, 位移 x 也就确定了. 因此, $(\omega t + \varphi_0)$ 可以描述物体正处于运动周期中的哪个状态, 物理学中把它叫作**相位**.

φ_0 是 $t = 0$ 时的相位, 称为**初相位**, 简称**初相**.

两个具有相同频率的简谐运动, 我们经常研究它们的**相位差**. 如果两个简谐运动的频率相同, 其初相分别为 φ_1, φ_2 , 则它们的相位差就是初相之差. 即

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$$

此时, 我们说 1 的相位比 2 超前 $\Delta\varphi$, 或者说 2 的相位比 1 落后 $\Delta\varphi$.

将两个相同的弹簧振子并列悬挂. 把它们拉到同一位置, 然后放开. 可以发现, 两个小球同时释放时, 除了振幅和周期都相同外, 还总是向同一方向运动, 同时经过平衡位置, 并同时到达同一侧的最大位移处.

在一个周期内, 如果不同时释放小球, 它们的步调就不一致.

同时放开的两个小球振动步调总是一致, 我们说它们的相位是相同的; 而对于不同时放开的两个小球, 我们说第二个小球的相位落后于第一个小球的相位.

19.2.4 位移 速度

通过前面的分析知道, 根据一个简谐运动的振幅 A , 周期 T , 初相位 φ_0 , 可以确定物体在任意时间 t 的位移

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right). \quad (19.2)$$

特别地, 如果规定物体处于平衡位置时 $t = 0$, 即初相位 $\varphi_0 = 0$, 那么物体在时间 t 的位移

$$x = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

如果规定物体处于正方向最大位移处时 $t = 0$, 则有 $\sin \varphi_0 = 1$. 取 $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, 由三角函数的知识可知, 位移的表达式可以整理为

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

我们知道, 做机械运动的物体在某一时刻的速度, 就是它在这一时刻位置的瞬时变化率. 由数学知识可知, 速度是位移关于时间的导数.*

*要理解这部分内容, 需要读者掌握三角函数的求导法则以及复合函数的求导法则. 请读者自行学习高中数学的相关知识.

如果物体做简谐运动, (19.1) 式是物体的位移关于时间的函数, 那么该物体在时间 t 的速度

$$v = x'(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0).$$

19.3 简谐运动的力和能量

19.3.1 简谐运动的回复力

根据牛顿运动定律, 在简谐运动中, 一定存在一个力, 在物体远离平衡位置时, 它迫使物体的运动速度逐渐减小直到减为 0, 然后, 物体在这个力的作用下, 运动速度又由 0 逐渐增大并回到平衡位置; 物体由于具有惯性, 到达平衡位置后会继续向另一侧运动, 这个力使它再一次回到平衡位置.

正是在这个力的作用下, 物体才能在平衡位置附近做往复运动. 我们把这样的力叫作**回复力**.

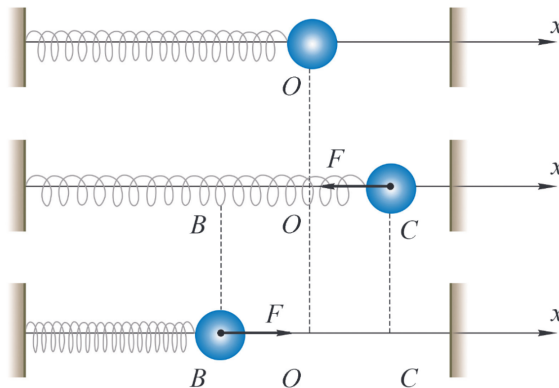


图 19.3: 弹簧振子的受力分析

做简谐运动的物体受到的回复力有什么特点? 下面仍以弹簧振子作简谐运动为例进行分析.

如图 19.3, 把不受弹力作用的平衡位置作为坐标原点 O , 水平向右为正方向建立 x 轴. 在振动的全过程中, 除了平衡位置外, 小球始终受到弹簧弹力 F 的作用. 小球在平衡位置右侧时, 位移 x 为正, 弹力 F 沿着 x 轴负方向; 小球在平衡位置左侧时, 位移 x 为负, 弹力 F 沿着 x 轴正方向.

可以看出, 迫使小球回到平衡位置的回复力是由弹簧弹力提供的. 当小球偏离平衡位置的位移为 x 时, 回复力的大小是 $F = k|x|$, 式中 k 是弹簧的劲度系数; 回复力的方向指向平衡位置, 与位移的方向相反.

理论上可以证明, 做简谐运动的物体都受到这样的回复力的作用, 它的大小与物体偏离平衡位置的位移成正比, 方向与位移方向相反, 这个力可以用

$$F = -kx$$

表示, 其中负号表示 F 与 x 反向. 反过来说, 如果物体在运动方向上所受的力与它偏离平衡位置位移的大小成正比, 并且总是指向平衡位置, 物体的运动就是简谐运动. 这是简谐运动的动力学定义.*

*上一节中黑体字给出的是简谐运动的运动学定义. 事实上, 由 $ma = -kx$, 在数学上可以唯一地解出 $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. 也就是说这两种定义是等价的.

应当指出的是, 类似于向心力的概念, 回复力是一种效果力, 而不是像拉力, 弹力一样的性质力. 在分析物体所受的力时, 我们只需考虑物体实际所受的性质力, 不用再外加一个“回复力”. 这一点我们应该在学习向心力的时候就已经清楚了.

由牛顿第二定律可知, 做简谐运动的物体, 其加速度大小也与位移成正比, 方向与位移方向相反. 另一方面, 加速度是速度的瞬时变化率, 也就是位移关于时间的二阶导数. 如果物体做简谐运动, (19.1) 式是物体的位移关于时间的函数, 那么该物体在 t 时刻的加速度

$$a = x''(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

19.3.2 简谐运动与圆周运动的关系

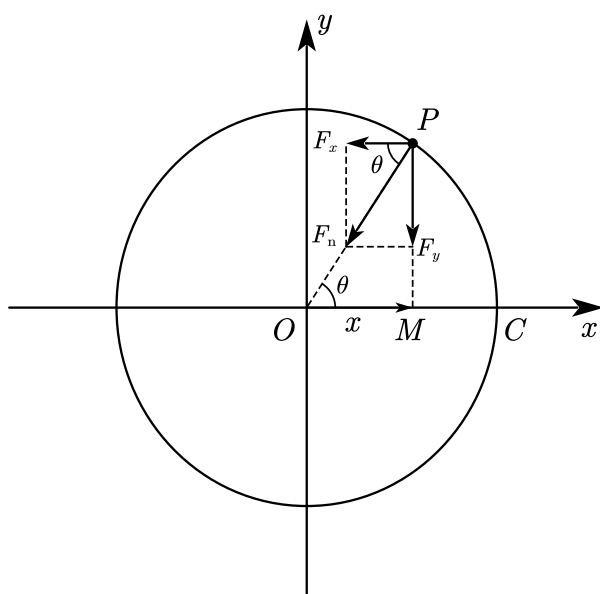


图 19.4: 简谐运动与圆周运动的关系

如图 19.4 所示, 质点 P 沿半径为 A 的圆周, 逆时针做角速度为 ω , 周期为 T 的匀速圆周运动, 某一时刻 OP 与 x 轴正半轴的夹角为

$$\theta = \omega t = \frac{2\pi}{T}t.$$

以圆心为原点建立平面直角坐标系. 如果学习过正弦函数的单位圆定义, 你也许可以理解: 质点 P 在 x 轴投影的运动好像是简谐运动, 圆心就是平衡位置. 下面我们来证明这个结论.

把质点的所受的向心力 F_n 正交分解为 F_x 和 F_y . 我们只需要证明沿 x 轴方向的分力 F_x 满足

$$F_x = -kx,$$

就说明 P 点在 x 轴方向的投影做简谐运动.

根据匀速圆周运动的知识, 质点 P 做圆周运动的向心力

$$F_n = m\omega^2 A,$$

它沿 x 轴方向的分力是

$$F_x = m\omega^2 A \cos \theta.$$

又由几何关系可知 $A \cos \theta = x$, x 与 F_n 的方向相反. 因此 $F_x = -m\omega^2 x$. 负号表示 F_n 与 x 的方向相反.

由于 $m\omega^2$ 是定值, 设 $k = m\omega^2$, 就得到 $F_x = -kx$, 负号表示 F_n 与 x 的方向相反. 这就证明了 P 点在 x 轴方向的投影做简谐运动.

上面的推导说明, 简谐运动可以视为做匀速圆周运动的质点在 x 轴上投影的运动, 这个圆叫作简谐运动的参考圆. ω 既是匀速圆周运动的角速度, 也是简谐运动的圆频率, 并且

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

进一步地, 由角速度与周期的关系, 我们可以得到如下结论:

一切做简谐运动的物体, 其往复运动的周期 T 均符合

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (19.3)$$

其中 m 是做简谐运动的物体质量, k 为回复力表达式中的比例系数.

19.3.3 简谐运动的能量

弹簧振子的动能与速度有关, 势能与弹簧的形变量即位移的大小有关. 简谐运动的过程中, 弹簧振子的速度和位移时刻变化. 弹簧振子动能和势能也在不断变化.

表 19.1 反映了半个周期内弹簧振子的动能和势能是如何变化的.

表 19.1: 弹簧振子做简谐运动过程中动能和势能的变化

小球位置	位移	弹性势能	速度	动能
C	最大	最大	0	0
$C \rightarrow O$	减小	减小	增大	增大
O	0	0	最大	最大
$O \rightarrow C$	增大	增大	减小	减小
C	最大	最大	0	0

可以看出, 弹簧振子做简谐运动的过程中, 弹力做功引起动能与弹性势能相互转化. 由于只有弹力做功, 机械能守恒. 弹簧振子的机械能既等于它处于平衡位置时的动能, 也等于它在最大位移处的弹性势能.

对于弹簧劲度系数和小球质量都一定的系统, 振幅越大, 机械能越大. 振幅反映了弹簧振子机械能的大小.

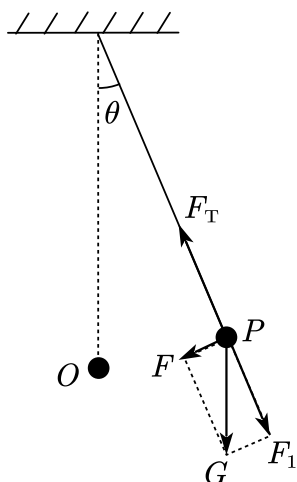


图 19.5: 分析单摆的回复力

19.4 单摆

生活中经常可以看到悬挂起来的物体在竖直平面内摆动. 将一个小球用长度不变的轻质细线悬挂起来, 把它拉离最低点一段距离, 然后放开, 小球就会来回摆动. 忽略空气等对它的阻力, 这样的装置叫作**单摆**. 单摆是一种理想化模型.

显然, 单摆摆动时摆球在做振动, 那么单摆的运动是否是简谐运动呢?

如图, 单摆摆长为 l , 摆球质量为 m . 将摆球拉离平衡位置 O 后释放, 摆球沿圆弧做往复运动. 当摆球沿圆弧运动到某一位置 P 时, 摆线与竖直方向的夹角为 θ . 此时摆球受到重力 G 和摆线拉力 F_T 的作用. 重力 G 沿圆弧切线方向的分力

$$F = mg \sin \theta.$$

正是这个力充当回复力, 迫使摆球回到平衡位置 O . 而重力沿绳方向的分力 F_1 与绳子的拉力 F_T 为摆球做圆周运动提供向心力. 需要注意的是, 与弹簧振子不同, 单摆在平衡位置的合力并不为 0.* 因为摆球在竖直平面内做圆周运动, 所以在 O 点处绳子的拉力略大于小球的重力.

回复力 F 与摆球从 O 点到 P 点的位移 x 并不成正比也不反向. 这样来看, 单摆似乎并不做简谐运动. 但是, 当摆角 θ 很小时, 摆球运动的圆弧可以看成直线, 可认为 F 指向平衡位置 O , 与位移 x 反向. 圆弧 \widehat{OP} 的长度可认为与摆球的位移 x 大小相等, 用弧度表示的角 θ 与它的正弦也近似相等, 即

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{\widehat{OP}}{l} \approx \frac{x}{l}.$$

因此, 回复力 F 就可以表示为

$$F = -\frac{mg}{l}x.$$

式中符号表示回复力方向与位移 x 方向相反. 对于一个确定的单摆来说, $\frac{mg}{l}$ 是一个确定的值. 于是上式符合 $F =$

*但单摆的平衡位置满足在运动方向上合力为 0. 可以回去翻看, 之前我们就是这样定义平衡位置的.

$-kx$ 的形式. 所以, 单摆在摆角很小的情况下做简谐运动.*

单摆的周期 一条短绳系一个小球, 它的振动周期较短. 悬绳较长的秋千, 周期较长. 实验表明: 单摆做简谐运动的周期与摆长有关, 摆长越长, 周期越大; 单摆的周期与摆球质量和振幅无关.

那么, 单摆的周期与摆长有什么定量关系呢? 荷兰物理学家惠更斯进行了详尽的研究, 发现单摆做简谐运动的周期 T 与摆长 l 的二次方根成正比, 与重力加速度 g 的二次方根成反比, 而与振幅和摆球质量无关. 惠更斯确定了计算单摆周期的公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (19.4)$$

这一周期公式同样符合简谐运动的周期公式 (19.3). 把 $k = \frac{mg}{l}$ 代入 (19.3), 就得到了上式.

19.5 实验: 用单摆测量重力加速度

惠更斯在推导出单摆的周期公式后, 用一个单摆测出了巴黎的重力加速度. 我们也可以采用同样的办法, 测量所在地区的重力加速度数值.

当摆角较小时, 单摆做简谐运动, 根据其周期公式 (19.4) 可得

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

为了提高实验精度, 我们一般要求摆角 $\theta < 5^\circ$.

将细线穿过球上的小孔并打结固定, 然后把细线上端固定在铁架台上, 就制成一个单摆. 在实验过程中, 需要注意以下问题.

1. 应选择密度较大的摆球, 最好是金属小球;
2. 摆球要在同一竖直平面内摆动, 不能形成圆锥摆;
3. 要从摆球经过平衡位置时开始计时, 因为此处摆球速度最小, 计时误差最小;
4. 通常测量多次全振动的时间来计算周期, 并且在数“0”的同时按下秒表, 此后每当摆球从同一方向经过平衡位置时计数 1 次.
5. 摆长为绳长加摆球半径, 不要加摆球直径或只算绳长.

本实验可以采用图像法来处理数据, 即用横轴表示摆长 l , 用纵轴表示 T^2 . 改变摆长, 多次测量周期 T , 进行描点连线. 这样得到的数据理论上为一条过原点的直线. 如果错把绳长作为摆长计算, 则直线在纵轴上的截距为正; 如果把摆长算成绳长加摆球直径, 则直线在纵轴上的截距为负. 但无论如何, 直线的斜率均为

$$k = \frac{4\pi^2}{g}.$$

即测量的重力加速度为准确值.

*一般认为摆角小于 5° 时, 单摆的运动是简谐运动.

19.6 外力作用下的振动

通过对弹簧振子及单摆的研究, 我们知道弹簧振子与单摆在没有外力干预的情况下做简谐运动, 周期或频率与振幅无关, 仅由系统自身的性质决定. 我们把这种振动称为**固有振动**, 其振动频率称为**固有频率**.

如果系统受到外力作用, 它将如何运动?

19.6.1 阻尼振动

由于实际的振动系统都会受到摩擦力, 黏滞力等阻碍作用, 在振动过程中要不断克服外界阻力做功, 消耗能量, 振幅必然逐渐减小. 这种振幅随时间逐渐减小的振动称为**阻尼振动**, 其振动图像如图 19.6 所示.

振动系统能量衰减的方式可以分为两种. 一种是由于振动系统受到摩擦阻力的作用, 使振动系统的机械能逐渐转化为内能. 例如单摆运动时受到空气的阻力.

另一种是由于振动系统引起邻近介质中各质点的振动, 使能量向四周辐射出去, 从而自身机械能减少. 例如音叉发声时, 一部分机械能随声波辐射到周围空间, 导致音叉振幅减小.

如果能量损耗不大, 在不长的时间内看不出明显的振幅减小, 我们就可以把它近似当作简谐运动处理.

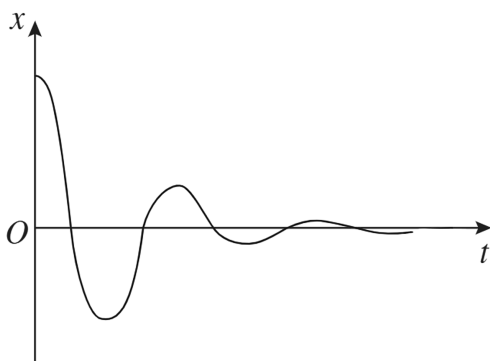


图 19.6: 受迫振动振幅与驱动力频率的关系

19.6.2 受迫振动

阻尼运动最终要停下来, 那么怎样才能产生持续的振动呢? 最简单的办法是使周期性的外力作用于振动系统, 外力对系统做功, 补偿系统的能量损耗, 使系统的振动维持下去. 这种周期性的外力, 叫作**驱动力**, 系统在驱动力作用下的振动, 叫作**受迫振动**. 机器运转时底座发生的振动, 扬声器纸盆的振动, 都是受迫振动.

大量实验证明: 物体做受迫振动时, 振动稳定后的频率等于驱动力的频率, 与物体的固有频率没有关系.

19.6.3 共振

如果物体在周期性变化的驱动力作用下振动, 它的振幅是否也与其固有频率无关呢?

实验结果告诉我们, 物体在做受迫振动时, 驱动力的频率与物体的固有频率相差越小, 受迫振动的振幅越大; 当驱动力的频率与物体的固有频率相等时, 受迫振动的振幅达到最大.

图 19.7 反映了受迫振动振幅 A 与驱动力频率 f 之间的关系. 图中 f_0 等于物体的固有频率, 可以看出, 当驱动力的频率等于固有频率时, 物体做受迫振动的振幅达到最大值, 这种现象称为共振.

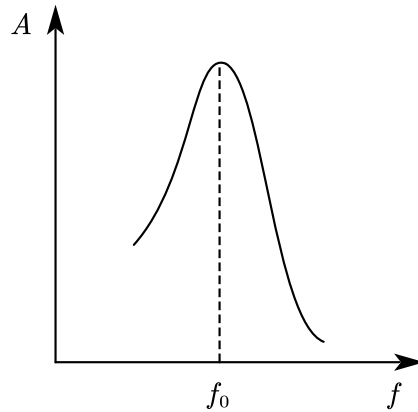


图 19.7: 受迫振动振幅与驱动力频率的关系

共振现象普遍存在于各个领域.

《梦溪笔谈》中写道:“余友人家有一琵琶, 置之虚室, 以管色奏双调, 琵琶弦辄有声应之, 奏他调则不应, 宝之以为异物, 殊不知此乃常理.”

琵琶琴弦自动应和管乐之音的现象其实就是因为管乐声波的振动引起了琵琶的共振.

微波炉加热就是一个生活中利用电磁波共振加热的例子. 食物中水分子的固有振动频率约为 2500 MHz, 处于电磁波谱的“微波”波段*. 微波炉加热食品时, 炉内产生很强的电磁场振荡, 使食物中的水分子做受迫振动. 由于电磁场驱动力频率与水分子的固有频率相近, 水分子发生共振, 将电磁辐射能转化为内能, 从而使食物内部的温度迅速升高.

核磁共振现象是原子核在外磁场作用下发生共振而吸收某一频率电磁波的物理过程. 目前核磁共振成像 (MRI) 检查已成为一种常见的影像检查方式, 在对大多数器官早期病变的筛查方面较其他检查手段有其特定的优势, 并且这种检查技术由于没有放射性, 不会对人体健康产生影响.

在某些情况下, 共振也可能造成损害.

机床加工需要很高的精度, 机床运转时会产生周期性的驱动力. 若造成共振, 振幅过大会降低加工质量, 缩短机床的使用寿命. 因此, 在设计机床和放置机床的厂房时都要考虑共振的影响.

总之, 利用共振时应使驱动力的频率接近振动物体的固有频率; 防止共振时应使驱动力的频率远离振动物体的固有频率.

* 见 21.2 节

第二十章 机械波

20.1 波的产生和传播

我们的耳朵能听到各种声音是声波作用于耳膜的结果; 医疗检查中的“B 超”利用了超声波的特性; 石子投入平静的水面后漾起的阵阵涟漪和艺术体操运动员舞动丝带产生的一个个美丽螺旋也都是特殊的波. 振动的传播称为波动, 简称波.

物理学中, 把机械振动在介质中的传播称为**机械波**. 能够传播机械波的物质称为**介质**.



图 20.1: 绳波的示意图

如图 20.1, 弹性绳的一端固定, 手持另一端连续上下振动. 可以看到振动状态沿绳传播, 形成了一列波.

在绳上系一个小铃铛, 波传播的过程中, 小铃铛怎样运动? 它是否随着波向绳的另一端移动?

仔细观察会发现, 系在绳上的小铃铛上下振动, 但却没有随波移动. 这说明, 波传播了振动的运动形式和能量, 而介质本身并没有随波迁移.

20.1.1 波的形成

一条绳子可以分成一个个小段, 一个个小段可以看作一个个相连的质点. 这些质点之间存在着相互作用. 当手握住绳子上下振动时, 绳端带动相邻的质点, 使它也上下振动; 这个质点又带动更远一些的质点, 绳子上的质点逐渐都跟着振动起来, 从而形成了机械波.

由此可见, 形成机械波必须要有两个条件: 一要有做机械振动的物体——波源, 二要有能够传播机械振动的介质.

图 20.2 描绘了绳中质点的运动与波的传播的关系, 图中的圆点表示组成绳子的一个个质点, 各点间存在弹性相互作用, 箭头表示质点的运动方向. T 是波源做简谐运动的周期.

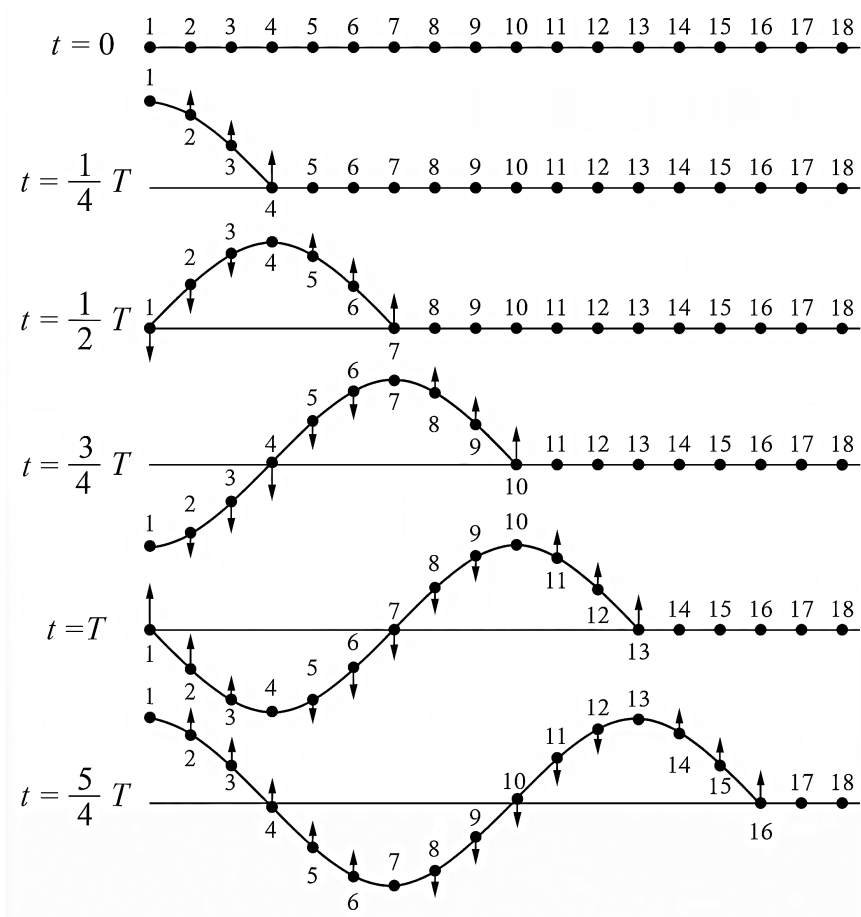


图 20.2: 绳波在不同时刻的波形

由图 20.2 可知, 远处的质点总比近处的质点迟一些开始振动. 振动的形式和能量沿着绳传递出去, 形成了绳上由近及远, 凹凸相间的波. 绳子在某一时刻的形状称为**波形**. 绳子上每一个质点的运动情况都与波源相同, 只是时间上由近及远相应滞后.

这样, 绳端这种上下振动的状态就沿绳传播出去了, 从整体上看, 就是一些凹凸相间的波形.

20.1.2 横波 纵波

当波沿绳子传播时, 质点上下振动, 波向右传播, 二者的方向相互垂直. 像这样, 介质中质点的振动方向与波的传播方向相互垂直的波, 叫作**横波**. 在横波中, 凸起的最高处叫作**波峰**, 凹下的最低处叫作**波谷**.

质点的振动方向和波的传播方向是否也可能在同一直线上呢?

将一根长而软的弹簧水平放置在光滑平面上, 在左端沿弹簧轴线方向不断推拉弹簧, 观察到, 弹簧圈密集的部分和稀疏的部分交替向右传播, 在弹簧上形成一种与横波不一样的波.

这种波又是如何形成的呢? 我们把一系列弹簧圈看成一系列质点, 它们之间由弹力联系着. 手执弹簧一端左右振动起来以后, 近端的质点依次带动远端的质点左右振动, 但后一个质点总比前一个质点迟一些开始振动. 这样, 弹簧一端左右振动的状态就沿弹簧传播开来. 从整体上看, 就形成了疏密相间的波.

当波沿弹簧传播时, 弹簧上的质点左右振动, 波向右传播, 二者的方向在同一直线上. 质点的振动方向与波的传

播方向在同一直线上的波,叫作**纵波**.在纵波中,质点分布最密的位置叫作**密部**,质点分布最疏的位置叫作**疏部**.

声波是一种纵波.发声体振动时也带动空气振动,在空气中产生纵波.例如振动的音叉,它的叉股向一侧振动时,压缩邻近的空气,使这部分空气变密,叉股向另一侧振动时,又使这部分空气变得稀疏.这种疏密相间的状态向外传播就形成声波.声波传入人耳,使鼓膜振动,就引起声音的感觉.声波不仅能在空气中传播,也能在液体或固体中传播,但不能在真空中传播.

地震是地壳发生突然破裂和错动时释放的能量以地震波的形式向四周辐射的自然现象.地震波是机械波.地震发生时,从震源同时发出横波(S波)和纵波(P波).P波造成的破坏小,S波导致的破坏大,而P波的传播速度比S波快得多.利用地震波的这一特性,当探测仪器感应到P波时,可对地震的破坏范围和破坏程度进行快速评估,在S波到达前几秒至数十秒发出预警.

20.1.3 机械波

绳上和弹簧上的波是在绳和弹簧上传播的,水波是在水面传播的,声波通常是在空气中传播的.绳,弹簧,水,空气等都是波借以传播的介质.

组成介质的质点之间有相互作用,一个质点的振动会引起相邻质点的振动.机械振动在介质中传播,形成了机械波.声音不能在真空中传播,是由于真空中没有能使声波传播的介质,因此我们说,声音的传播需要介质,实质上是振动的传播需要介质.

介质中有机械波传播时,介质本身并不随波一起传播.例如绳上或弹簧上有波传播时,它们的质点在各自的平衡位置附近发生振动,但并不随波迁移,传播的只是振动这种运动形式.

介质中本来静止的质点,随着波的传来而发生振动,这表示它获得了能量.这个能量是从波源通过前面的质点依次传来的,所以波在传播“振动”这种运动形式的同时,也将波源的能量传递出去.因此,波是传递能量的一种方式.

波不但传递能量,而且可以传递信息.我们用语言进行交流,就是利用声波传递信息.

20.2 波的描述

波在介质中传播时,不同位置的质点都在振动.波是大量质点的集体运动,用振动图像分别描述每个质点的运动不仅繁琐,而且不能反映波的整体性质.波传播时,介质中不同位置质点的振动规律虽然相同,但彼此间的步调并不一致,某一时刻各质点相对平衡位置的位移在传播方向上具有空间周期性.是否可以用某一时刻介质中各质点在空间的分布规律描述波的特性呢?

20.2.1 波的图像

我们以横波为例.

一条波动的绳子,它上面的质点呈现凹凸相间的波形.在某一时刻拍一张照片,就能记录下该时刻的波形.

波形记录了绳上各质点在该时刻的具体位置,即所有质点相对于其平衡位置的位移,是介质运动的整体表现.如果建立直角坐标系,用横坐标 x 表示波的传播方向上各个质点的平衡位置坐标,用纵坐标 y 表示某时刻各质点相对平衡位置的位移,由此可得介质中各质点的位置坐标,这些点的集合就是这个时刻波的图像,也叫波形图.图 20.3 即为某时刻绳波的波形图.

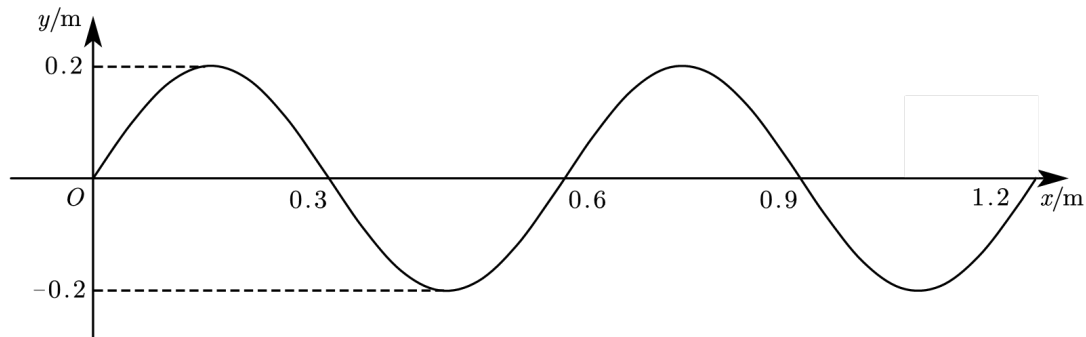


图 20.3: 横波的图像

当波沿某一方向传播时,后一时刻的波形可视为前一时刻的波形沿传播方向的平移,而平移的距离就是波在这两个时刻之间传播的距离.

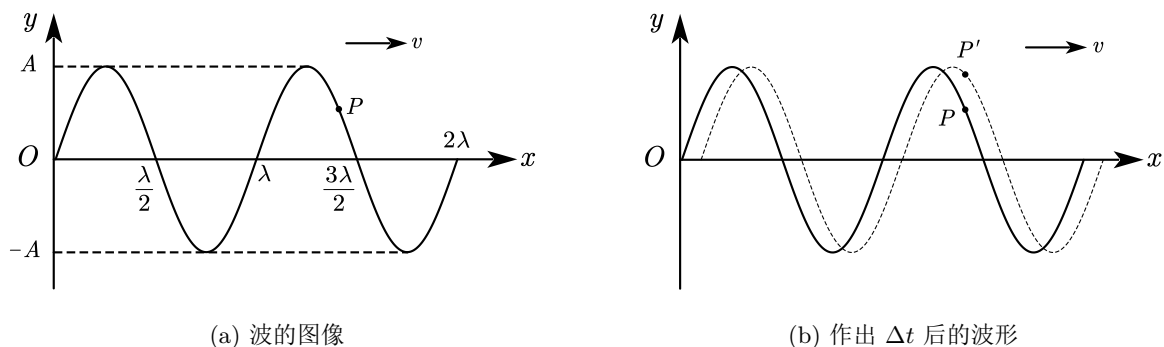
简谐波

如果波的图像是正弦曲线,这样的波叫作正弦波,也叫简谐波.可以证明,介质中有简谐波传播时,介质上的质点做简谐运动.

简谐波的波形图与质点的振动图像都是正弦曲线,但它们的意义是不同的.波形图表示介质中的“各个质点”在“某一时刻”的位移,振动图像则表示介质中“某一质点”在“各个时刻”的位移.形象地来比喻,波形图是记录着许多人在某一时刻的集体照片,而振动图像是一个人在一段时间内的录像带.

可以说,波形图研究某时刻所有质点的空间分布规律,振动图像研究一个质点的位移随时间的变化规律.

判断波形图上任意点的振动方向



(a) 波的图像

(b) 作出 Δt 后的波形

图 20.4: 判断波形图上任意点的振动方向

我们已经知道, 当介质中有机械波传播时, 介质上的质点 P 并不随波迁移, 而是在上下振动. 给出某一时刻的波形图, 可以判断点 P 正在向上还是向下振动吗?

要确定质点 P 的振动方向, 首先要明确波的传播方向. 如图 20.4a 所示, 机械波从左向右传播. 我们逆着波的传播方向, 在波形图上往 P 点之前找一点 (即向左找一点, 这点与 P 点的距离不超过四分之一波长).

由于波是从左向右传播的, 即左侧质点带动右侧质点振动, 因此: 如果这一点在 P 点的上方, 那么 P 点在下一时刻将向上振动; 如果这一点在 P 点的下方, 那么 P 点在下一时刻将向下振动. 在图 20.4a 中, P 点左边的点在 P 点上方, 所以 P 点向上振动.

同理可以分析, 如果该波是从右向左传播的, 那么 P 点正向下振动.

下面再介绍另外一种判断方法. 考虑到后一时刻的波形可视为前一时刻的波形沿传播方向的平移, 我们可以作出微小时间 Δt (不超过四分之一周期) 后的波形, 这样就知道了各质点在 Δt 时间后的位置, 振动的方向也就知道了. 图 20.4b 虚线所示波形是实线在 Δt 后的波形, P' 是 P 点在 Δt 时间后的位置, 由此可知 P 点向上振动.

20.2.2 描述波的物理量

周期和频率 当机械波在介质中沿某一确定方向传播时, 由于介质中的质点都做与波源相同的振动, 各质点具有与波源相同的振幅, 周期或频率. 因此, **波源的振幅, 周期或频率就是该波的振幅, 周期或频率.**

波的周期是介质中任意一个质点完成一次全振动所需要的时间, 用符号 T 表示, 单位是秒. 波的频率是介质中任意一个质点完成全振动的次数与所用时间之比, 用符号 f 表示, 单位是赫兹. 周期和频率互为倒数.

波长 在上一节的图 20.2 中, 从 $t = 0$ 到 $t = T$ 的这段时间里, 由质点 1 发出的振动传到质点 13, 使质点 13 刚刚开始振动. 这时质点 1 恰好结束了一次全振动而开始下一次全振动, 此后质点 1 和质点 13 的振动步调完全一致. 也就是说, 这两个质点振动的相位相同. 同样, 质点 2 和 14, 3 和 15 等等, 它们每一对在振动中的相位也总是相同的.

在波的传播方向上, 振动相位总是相同的两个相邻质点间的距离, 叫作**波长**, 通常用 λ 表示. 每经过一个周期 T , 振动在介质中传播的距离为一个波长 λ .

在横波中, 两个相邻波峰或两个相邻波谷之间的距离等于波长; 在纵波中, 两个相邻密部或两个相邻疏部之间的距离等于波长. 图 20.3 中横波的波长为 0.6 m.

周期和波长分别描述了机械波在时间和空间上的周期.

波速 机械波在均匀介质中沿传播方向匀速传播, 其传播速度称为**波速**, 用 v 表示. 如果波在一段时间 Δt 内传播的距离为 Δx , 那么波速

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

由于每经过一个周期 T , 振动在介质中传播的距离等于一个波长 λ , 所以波速也可以表示为

$$v = \frac{\lambda}{T}.$$

考虑到 $f = T^{-1}$, 上式又可以写成

$$v = \lambda f.$$

机械波在介质中的传播速度由介质本身的性质决定, 与波源的振动无关. 在不同的介质中, 波速是不同的. 表 20.1 列出了 $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时声波在几种介质中的传播速度.

表 20.1: $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时几种介质中的声速

介质	声速 $/(m \cdot s^{-1})$	介质	声速 $/(m \cdot s^{-1})$
空气	332	松木	3320
水	1450	橡胶	30 ~ 50
铜	3800	玻璃	5000 ~ 6000
铁	4900	软木	430 ~ 530

机械波的频率由波源决定, 波速由介质决定, 波源和介质共同决定了机械波的波长.

关于波动与振动的几个推论

(1) 在波的传播方向上, 当两质点平衡位置的距离 Δx 为波长的整数倍 (即半波长的偶数倍) 时, 这两个质点的速度和位移总是相同的, 即相位相同. 反之, 当两个质点的相位相同时, 它们平衡位置之间的距离 Δx 一定是整数倍的波长, 即

$$\Delta x = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

或者写成

$$\Delta x = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 2, 4, 6, \dots.$$

(2) 在波的传播方向上, 当两质点平衡位置的距离 Δx 为半波长的奇数倍时, 这两个质点的速度和位移总是大小相等, 方向相反的, 即振动步调相反. 反之, 当两个质点的振动步调相反时, 它们平衡位置之间的距离 Δx 一定是半波长的奇数倍, 即

$$\Delta x = \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 1, 3, 5, \dots.$$

(3) 介质中任一质点起振的方向必然与波源起振的方向一致. 因此可以说, 波最前沿的质点的振动方向就是波源的起振方向.

(4) 对于简谐运动与简谐波而言, 无论计时起点如何, 经过一个周期 T , 质点都完成了一次完整振动, 其路程为 $4A$ (A 为振幅或波峰的纵坐标); 相应地, 无论计时起点如何, 经过 $\frac{T}{2}$ 后, 质点相对于平衡位置的位移与速度都与计时开始时等大反向, 其路程恰好是 $2A$. 但是, 经过 $\frac{T}{4}$ 后, 质点所经过的路程却不是定值, 并不必然等于 A .

20.3 波的性质

20.3.1 波的反射

我们以水波为例来研究波的反射.

在水槽中一端有一振动发生器, 振动发生器在水槽中能够产生水波. 在水槽中斜向放置一块挡板, 当水波遇到挡板时会发生反射. 如果用一条射线代表水波的入射方向 (入射线), 用另一条射线代表水波的反射方向 (反射线), 我们发现水波的反射与初中学过的光的反射遵循同样的规律: 反射线, 法线与入射线在同一平面内, 反射线与入射线分居法线两侧, 反射角等于入射角. 即: 三线共面, 两线分居, 两角相等.

20.3.2 波的折射

我们知道光从一种介质进入另一种介质时会发生折射, 机械波会发生折射吗? 理论和实验证明, 一切波都会发生折射现象. 一列水波在深度不同的水域传播时, 在交界面处将发生折射.

水波发生折射的根本原因是, 深度不同的水域, 相当于不同的介质; 而不同介质的波速 v 不同. 深水域的水波波速较小, 浅水域的水波波速较大.

波的频率 f 只由波源决定, 在折射过程中不会变化; 由 $v = \lambda f$ 可知, 波长 λ 在折射过程中发生变化.

波的折射定律可以表述如下:

1. 反射线, 法线与入射线在同一平面内, 反射线与入射线分居法线两侧;
2. 波从波速较大的介质射入波速较小的介质中, 折射角小于入射角; 波从波速较小的介质射入波速较大的介质中, 折射角大于入射角.

在两种介质的分界面处, 波的反射和折射往往同时发生.

20.3.3 波的衍射

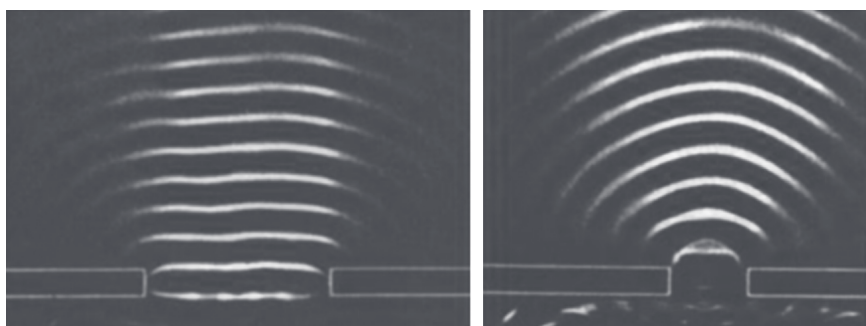


图 20.5: 波的衍射

在水槽中产生一列水波, 将一支笔垂直水面插入水中, 对水波的传播几乎没有影响. 这种波绕过障碍物继续传播的现象叫作波的衍射.

在水槽里放两块挡板, 中间留一个狭缝, 观察水波通过狭缝后的传播情况 (图 20.5 左). 保持水波的波长不变,

改变狭缝的宽度, 观察水波的传播情况有什么变化 (图 20.5 右).

在不改变波源的情况下, 将挡板的缝隙调整得很大, 我们会发现波基本上是沿着直线传播的. 在挡板后方, 波的传播被挡板挡住了, 形成一片“阴影区”, 如图 20.5 左所示. 此时的衍射现象并不明显.

接下来, 缩小挡板的缝隙, 此时缝隙的大小与波长近似, 在挡板的后方就出现了明显的衍射现象如图 20.5 右所示.

我们继续减小挡板的缝隙, 将缝隙减小比波长略小一些. 挡板后面波的传播范围不但没有减小, 反而扩大了, 也就是说波的衍射现象变得更加明显了.

如果保持狭缝大小不变, 改变水波的波长, 会再次看到, 波长与狭缝宽度相差不多时, 有明显的衍射现象; 随着波长的减小, 衍射现象变得不明显. 可以推测, 当波长与狭缝宽度相比非常小时, 水波将沿直线传播, 观察不到衍射现象.

实验证明: 当障碍物或缝的尺寸与波长相差不多, 或者比波长小一些的时候, 可以观察到明显的衍射现象.*

不只是水波, 声波也能发生衍射. 通常的声波, 波长为 1.7 cm 到 17 m, 跟一般障碍物的尺寸相当, 所以声波能绕过一般的障碍物, 使我们能听到障碍物另一侧的声音.

一切波都能发生衍射. 衍射是波特有的现象.

20.3.4 波的叠加 波的干涉

生活中, 经常会有两列波在同一种介质中相遇的现象. 例如, 两滴水同时滴入水槽形成两列彼此独立的水波, 在水槽中传播并相遇; 房间里两个人同时讲话也形成两列彼此独立的声波, 在空气中传播并相遇. 两列波相遇会发生什么现象? 会不会像两个小球相碰时那样, 改变各自的运动特征呢?

两个人分别握住弹性长绳的两端, 抖动一下, 各产生一个波. 这两个波在绳上沿着相反的方向传播. 观察这两个波相遇前, 相遇时和相遇后的波形.

可以发现, 两列波在彼此相遇并穿过后, 波的形状和相遇前一样, 传播的情形也和相遇前一样. 生活中常见的水波也是如此, 两列水波相遇后彼此穿过, 仍然保持各自的运动特征, 继续传播, 就像没有跟另一列水波相遇一样.

事实表明, 几列波相遇时能够保持各自的运动特征*继续传播而互不干扰. 在它们重叠的区域里, 介质的质点同时参与这几列波引起的振动, 质点的位移等于这几列波单独传播时引起的位移的矢量和. 这就是波的叠加原理.

如果相遇的两列波周期相同, 在它们重叠的区域里会发生什么特别现象吗?

利用如图 20.6a 所示的实验装置可以观察到两列完全相同的水波互相叠加的现象. 固定在同一振动架上的两个小球, 周期性地触动水面, 形成两列频率相同的水波. 这两列水波相遇后, 在它们重叠的区域内出现了如图 20.6b 所示的现象.

两列水波相遇后, 水面上出现了一条条相对平静的区域和激烈振动的区域, 并且这两类区域在水面上的位置是稳定的.

*应当指出的是, 当狭缝特别小时, 由于通过狭缝的波能量很小, 也观察不到明显的衍射现象.

*“保持各自的运动特征”指的是各自的波长, 频率等保持不变, 不因其他波的存在而受影响

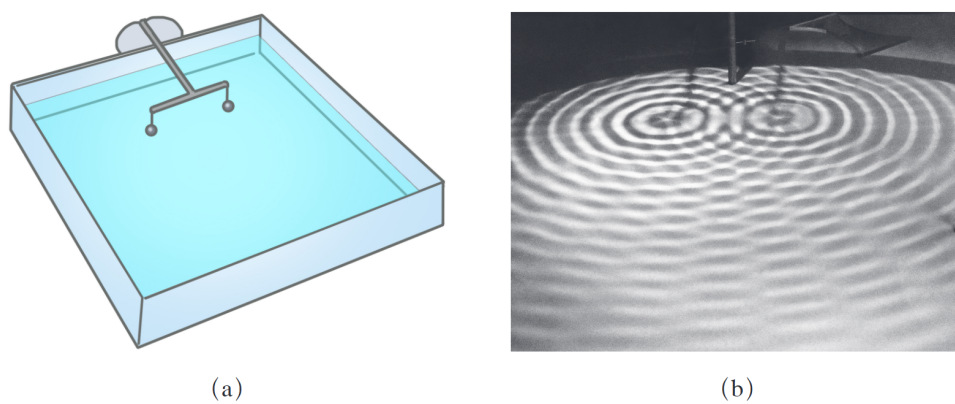


图 20.6: 水波实验发生器与水波干涉图样

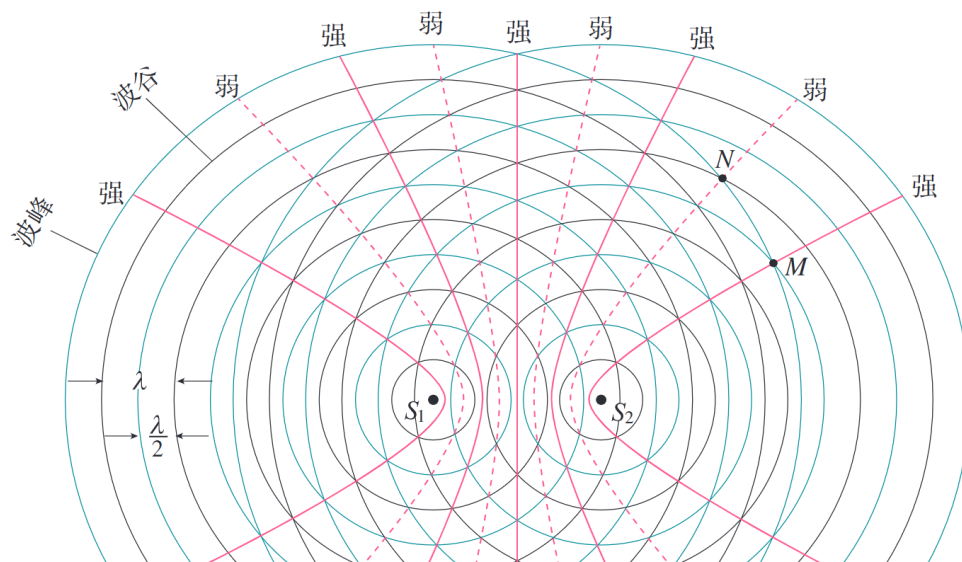


图 20.7: 波的干涉示意图

怎样解释上面的现象呢? 如上图所示, 用两组同心圆表示从波源发出的两列波, 蓝线圆表示波峰, 黑线圆表示波谷. 在一组同心圆中, 相邻的蓝黑线圆间的距离等于半个波长, 同色线圆之间的距离等于一个波长.

加强点 如果在某一时刻, 两列波的波峰与波峰相遇 (比如上图中的 M 点), 也就是说, 两列波在这一点引起的振动具有相同的相位. 那么经过半个周期后, 一定是波谷和波谷在这一点相遇.

根据波的叠加原理, 波峰与波峰相遇时, 两列波引起的振动在 M 点叠加, 引起的位移是两列波的振幅之和, 并且在这一点向上的位移最大; 波谷与波谷相遇时, 引起的位移也是两列波的振幅之和, 在这一点向下的位移最大. 由于两列波在这一点相位相同, 所以它们引起的振动总是相互增强而非抵消, 我们把这样的点叫作振动的**加强点**.

减弱点 如果在某一时刻, 两列波的波峰与波谷相遇 (比如上图中的 N 点), 也就是说, 两列波在这一点引起的振动相位相反. 那么经过半个周期后, 仍然是波谷和波峰在这一点相遇. 两列波的振动在这一点相互抵消, 引起的位移相互削弱. 如果两列波的振幅相同, 那么质点的位移之和就总等于 0. 由于两列波在这一点相位相反, 所以它们引起的振动总是相互削弱, 我们把这样的点叫作振动的**减弱点**.

加强区与减弱区 在上图中标出波峰与波峰, 波谷与波谷相遇的点, 并将它们连起来 (如上图中的实线), 根据前面的分析可知, 这些点的振动总是相互增强, 是振动的加强点. 事实上, 在这些线上的点都是振动的加强点, 我们称这些线为振动的加强区.

类似地, 标出波峰与波谷相遇的点, 并将它们连起来 (如上图中的虚线), 这些线上的点振动相互削弱, 是振动的减弱点, 我们称这些线为振动的减弱区.

在上面的实验中, 两个波源的频率是相同的. 如果两列波的频率不同, 在相互叠加时, 波中相遇区域的各个质点的振幅会随时间变化, 不会出现振动总是加强与总是减弱的区域.

同时, 在上面的实验中, 两个波源的相位差是保持不变的. 如果两个波源的相位差随时间变化, 波中相遇区域的各个质点的相位差会随时间变化, 同样不会出现振动总是加强与总是减弱的区域.

另外, 在上面的实验中, 两列波在相遇区域各质点引起的振动方向也应该总是相同的. 否则也不会出现振动总是加强与总是减弱的区域.

波的干涉 通过上述分析可知, 频率相同, 相位差恒定, 振动方向相同的两列波叠加时, 某些区域的振动总是加强, 某些区域的振动总是减弱, 这种现象叫作**波的干涉**. 形成的这种稳定图样叫作干涉图样.

需要注意的是, 我们说的波的增强与减弱, 是指能量的增强与减弱, 由叠加波的振幅 A 体现*, 但位移可以是 $-A$ 到 A 的任意值.

不仅水波会发生干涉现象, 声波, 电磁波等一切波, 只要满足上述条件都能发生干涉. 跟衍射一样, 干涉也是波特有的现象. 主动降噪耳机就是利用了波的干涉原理, 在耳机内产生与噪声波相互削弱的声波, 使我们听不到噪音.

*在上一章的 19.3.3 节我们说过, 简谐运动的振幅反映了简谐运动的能量大小.

20.3.5 多普勒效应

仔细听急救车的鸣笛声,会发现一个现象:当车从你身边疾驰而过的时候,鸣笛的音调会由高变低.这是怎么回事呢?

1842年,奥地利物理学家多普勒带着女儿在铁道旁散步时就注意到了类似上面描述的现象.他经过认真的研究,发现波源与观察者相互靠近或者相互远离时,接收到的波的频率都会发生变化.人们把这种现象叫作**多普勒效应**.

为了理解多普勒效应,我们做如下模拟实验:让一列人沿街行走,观察者站在侧面不动,假设每分钟有30人从他身体通过,这种情况下的“过人频率”是30人每分钟.如果现在观察者逆着队伍行走,每分钟与观察者相遇的人数增加,也就是频率增加;反之,如果观察者顺着队伍走,频率降低.

对于机械波也有类似的结论:

1. 波源与观察者相对静止时,接收频率等于波源频率;
2. 波源与观察者相互靠近时,接收频率大于波源频率;
3. 波源与观察者相互远离时,接收频率小于波源频率.

蝙蝠是利用声波的高手.它们发出高频超声波脉冲,接收反射声波.当蝙蝠的猎物——昆虫在蝙蝠前飞行时,昆虫若飞得比蝙蝠快,两者间的距离增大,从昆虫身上反射的超声波频率会变低;若蝙蝠逐渐接近昆虫,从昆虫身上反射的超声波频率会变高.蝙蝠就是据此来探测和捕捉昆虫的.

多普勒效应在科学技术中也有广泛的应用.交通警察向行进中的车辆发射频率已知的超声波,同时测量反射波的频率,根据反射波频率变化的多少就能知道车辆的速度.这种测速仪叫作多普勒测速仪.

医生向人体内发射频率已知的超声波,超声波被血管中的血流反射后又被仪器接收.测出反射波的频率变化,就能知道血流的速度.这种方法俗称“彩超”.

理论和实验都证明,光波或电磁波都有多普勒效应,宇宙中的星球都在不停地运动.测量星球上某些元素发出的光波的频率,然后与地球上这些元素静止时发光的频率对照,就可以算出星球靠近或远离我们的速度.

第二十一章 电磁波

电磁波属于电磁学的研究范畴。一方面，电磁波具有许多波的性质，如反射，折射，衍射，干涉等；另一方面，电磁波与接下来光学的内容相衔接。因此放到了本书的这个位置。学习时，读者应当与电磁学的部分相联系。

21.1 电磁波地发现

人类的生活处处与波动相伴。水的涟漪，音乐的律动，是机械振动形成的机械波；而我们看电视，听广播时，接收的是电磁波。尽管他们都是波，但却有本质的区别。从这节开始，我们讨论电磁波。

机械波是由机械振动产生的，电磁波又是如何产生的？

尽管自然界到处存在着电磁波，但是直到 1886 年，人类才第一次主动地发射，接收电磁波。令人惊奇的是，这一切来源于一个伟大的预言。

21.1.1 麦克斯韦的预言

英国物理学家麦克斯韦系统地总结了人类直至 19 世纪随电磁规律的研究成果，建立了经典电磁场理论。下面我们定性地介绍麦克斯韦关于电磁场的一些观点。

在变化的磁场中放入一个闭合电路，电路里会产生感应电流，这是法拉第发现的电磁感应现象。既然产生了感应电流，一定是有了电场，它促使导体中的自由电荷做定向移动；即使变化的磁场内没有闭合电路，电场依然存在。因此，麦克斯韦认为：**变化的磁场产生电场。**

那么，变化的电场会产生磁场吗？麦克斯韦相信自然的和谐性，他大胆的假设，变化的电场就像导线中的电流一样，会在空间中产生磁场，即**变化的电场产生磁场**。^{*}

按照这个理论，变化的电场与磁场总是互相联系，形成一个不可分割的统一的**电磁场**。

21.1.2 电磁波

根据麦克斯韦的电磁场理论，电磁波在真空中传播时，它的电场强度与磁感应强度互相垂直，而且二者均与波的传播方向垂直。因此**电磁波是横波**。

电磁波以多大的速度传播呢？麦克斯韦得出的答案令人惊奇：电磁波的速度等于光速 c ！麦克斯韦指出了光的

^{*}这个假设没有直接的实验做基础，它出于对自然规律的洞察力，是很大胆的，但却更具有创造性。

电磁本质,他说:“我们有充分的理由断定,光本身是按电磁波规律传播的一种电磁振动。”在机械波中,位移这个物理量随时间和空间作周期性的变化;而在电磁波中, E 和 B 这两个物理量随时间和空间作周期性的变化。

麦克斯韦不仅预言了电磁波的存在,而且揭示了电磁光现象在本质上的统一性,建立了完整的电磁场理论。麦克斯韦电磁场理论的意义足以与牛顿力学体系相媲美,它是物理学发展中的一个划时代的里程碑。

遗憾的是,麦克斯韦英年早逝,没有看到科学实验对电磁场理论的证明。把天才的预言变成世人公认的真理,是德国科学家赫兹的功劳。

1866年,德国科学家赫兹通过实验捕捉到了电磁波。后来他又做了大量的实验,证实了麦克斯韦的电磁场理论:

- 变化的电场(磁场)产生磁场(电场);
- 均匀变化的电场(磁场)产生恒定的磁场(电场);
- 周期性变化的电场(磁场)产生周期性变化的磁场(电场)。

在之后的一系列实验中,赫兹观察到了电磁波的反射,折射,干涉,偏振和衍射等现象。他还通过测量证明,电磁波在真空中具有与光相同的速度 c 。这样,赫兹证实了麦克斯韦关于光的电磁理论,赫兹在人类历史上首先捕捉到了电磁波。后人为了纪念他,把频率的单位定为赫兹。

21.2 电磁波谱

21.2.1 电磁波的描述

在一列水波中,突起的最高处叫作**波峰**,凹下的最低处叫作**波谷**。邻近的两个波峰(或波谷)的距离叫作**波长**,单位时间内波峰(或波谷)的数量叫作**频率**。而**波速**是描述波传播快慢的物理量。

对于电磁波也是如此。我们用 λ 表示电磁波的波长, ν 表示它的频率,那么,电磁波在真空中的波速 c 与 λ , f 的关系是

$$c = \lambda\nu.$$

我们知道,在真空中,电磁波传播的速度

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

电磁波的频率范围很广。按照电磁波波长或频率的顺序排列起来,就得到**电磁波谱**。不同的电磁波由于具有不同的波长*,因而具有不同的特性。

21.2.2 电磁波谱

无线电波 波长大于1 mm(频率小于300 GHz)的电磁波是无线电波。无线电波用于通信,广播及其他信号传输。

*描述电磁波谱的不同区段时,可以用波长,也可以用频率。对于无线电波,特别是微波以外的无线电波,习惯上用频率;对于其他电磁波,习惯上用波长。

广播电台和电视台都有发射无线电波的设备,许多自然过程也辐射无线电波.如天文学家用射电望远镜接收天体辐射的无线电波进行天体物理研究.

红外线 红外线是一种光波,它的波长比无线电波短,比可见光长.

所有物体都发射红外线.热物体的红外辐射比冷物体的红外辐射强.肉眼看不见红外线,但能够感受它.寒冷的冬天当你在炉旁烤火时,你的皮肤正在享受红外线带来的温暖.

红外探测器能在较冷的背景上探测出较热物体的红外辐射,这是夜视仪器和红外摄影的基础.许多动物具有发达的红外感受器官,因此在夜间也可以“看到”物体.

可见光 可见光的波长在 760 nm 到 400 nm 之间.*

阳光是由各种色光组成的.科学研究发现,不同颜色的光是波长(频率)范围不同的电磁波.本书 22.6 节表 22.2 列出了各色光在真空中的波长和频率.

天空为什么是亮的?因为大气把阳光向四面八方散射.在没有大气的天空,即使太阳高悬在空中,它周围的天空也是黑暗的.由于波长较短的光比波长较长的光更容易被大气散射,所以天空看起来是蓝色的.大气对波长较短的光的吸收也比较强,傍晚的阳光在穿过厚厚的大气层时,蓝光,紫光大部分被吸收掉了,剩下红光,橙光透过大气射入的我们的眼睛,所以傍晚的阳光比较红.

紫外线 人眼看不到比紫光波长更短的电磁波.在紫光之外,波长范围在 5 nm 到 370 nm 之间的电磁波是紫外线.

紫外线具有较高的能量,足以破坏细胞核中的物质.因此,可以利用紫外线杀菌消毒.太阳光里有许多紫外线,人体接收适量的紫外线照射,能促进钙的吸收,改善身体健康.但过强的紫外线会伤害眼睛和皮肤.许多物质在紫外线的照射下会发出荧光,利用这一点可以设计防伪措施.

X 射线和 γ 射线 波长比紫外线更短的电磁波就是 X 射线和 γ 射线.

人们用 X 射线管来产生 X 射线.X 射线对生命物质有较强的作用,过量的 X 射线辐射会引起生物体的病变.X 射线能够穿透物质,可以用来检查人体内部器官.“CT”是“计算机辅助 X 射线断层摄影”的简称.X 射线以不同角度照射人体,计算机对其投影进行分析,给出类似生理切片一样的人体组织照片.在工业上,利用 X 射线检查金属零件的缺陷.机场,车站等地进行安全检查时,X 射线能看见箱内的物品.

波长最短的电磁辐射是 γ 射线,它具有很高的能量. γ 射线能破坏生命物质.把这个特点应用在医学上,可以摧毁病变的细胞,用来治疗某些癌症. γ 射线的穿透能力很强,可用于探测金属部件内部的缺陷.

电磁波谱按照波长从大到小的顺序可以排列如下:

长波 \rightarrow 中波 \rightarrow 短波 \rightarrow 微波 \rightarrow 红外线 \rightarrow 可见光 \rightarrow 紫外线 \rightarrow X 射线 \rightarrow γ 射线.

其中,长波,中波,短波,微波都属于无线电波.容易看出,电磁波的频率越大,具有的能量就越高.

*不同人所能感受到的光的波长范围有差异,因此各种材料所载的可见光波长范围不完全一致.

21.2.3 电磁波传递能量

法拉第用“力线”形象地描述了电磁场，麦克斯韦用数学语言表述了电磁场，但在当时，人们只把电磁场看作研究电磁现象的一种方法。赫兹通过实验证实了电磁波的存在，这意味着电磁场不仅是一种描述方式，而且是一种真实的物理存在。

电磁波是运动中的电磁场，它可以传递能量。微波炉的工作应用了一种电磁波——微波。食物中的水分子在微波的作用下热运动加剧，温度升高，内能增加。增加的能量是微波传递给它的。

除了可见光外，虽然我们看不到电磁波，却能通过它的能量而感受到它。收音机能收到广播电台的声音，那是因为电台发射的电磁波在收音机的天线里感应出的电流。电流的能量是从哪里来的？它来自电台发射的无线电波。

我们有各种各样的仪器，能够探测到许许多多的电磁波。所有这一切都表明，**电磁波具有能量，电磁波是一种物质。**

第五部分

光

第二十二章 光

按照不同的研究目的, 光学可以粗略地分为两大分支: 一支利用几何学的概念和方法研究光的传播规律, 称为**几何光学**; 另一支主要研究光的本性以及光与物质相互作用的规律, 通常称为**物理光学**.

在本章中, 我们将学习几何光学和物理光学的初步知识.

22.1 光的折射

阳光照射水面时, 我们能够看到水中的鱼和草, 同时也能看到太阳的倒影, 这说明: 光从空气射到水面时, 一部分光射进水中, 另一部分光返回到空气中 (图 22.1). 一般来说, 光从第 1 种介质射到该介质与第 2 种介质的分界面时, 一部分光会返回到第 1 种介质, 这个现象叫作**光的反射**; 另一部分光会进入第 2 种介质, 这个现象叫作**光的折射**.

初中时我们已经学过光的反射定律, 下面我们研究光的折射.

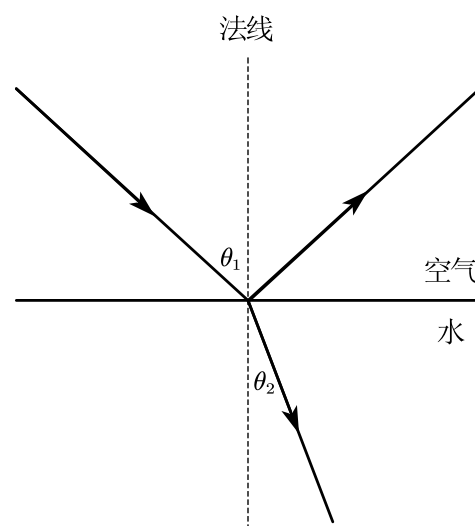


图 22.1: 光的反射和折射

22.1.1 折射定律

让一束光由一种介质斜着射向另一种介质, 例如, 从空气射向水中, 入射光线与法线的夹角 θ_1 称为入射角, 折射光线与法线的夹角 θ_2 称为折射角, 如图 22.1 所示.

1621 年, 荷兰数学家斯涅耳找到了两者之间的关系, 并把它总结为光的**折射定律**:

- (1) 折射光线与入射光线, 法线处在同一平面内;
- (2) 折射光线与入射光线分别位于法线的两侧;
- (3) 入射角的正弦与折射角的正弦成正比, 即

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n_{12}. \quad (22.1)$$

其中 n_{12} 是比例常数, 与两角的大小无关, 只与两种介质的性质有关. 我们在初中学过的透镜就是根据光的折射原理制成的.

事实表明, 与光的反射现象一样, 在光的折射现象中, 光路也是可逆的.

22.1.2 折射率

下面我们主要讨论光从真空射入介质的情形, 这时, 我们把 (22.1) 中的 n_{12} 简单记为 n .

对于不同的介质来说, n 的值是不同的. 可见 n 与介质有关系, n 的值越大, 光从真空斜射入这种介质时, 偏折的角度越大.

光从真空射入某种介质发生折射时, 入射角的正弦与折射角的正弦之比, 叫作这种介质的绝对折射率, 简称折射率, 用符号 n 表示.

我们规定真空的折射率为 1, 空气的折射率近似为 1 (为 1.00028). 表 22.1 中列举了几种介质的折射率.

表 22.1: 几种介质的折射率 ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$ $t = 20^\circ\text{C}$)

介质	折射率	介质	折射率
金刚石	2.42	氯化钠	1.54
二硫化碳	1.63	酒精	1.36
玻璃	1.5~1.8	水	1.33
水晶	1.55	空气	1.00028

由折射率的定义以及光的折射定律 (22.1) 可以得到, 当光从折射率为 n_1 的介质射入折射率为 n_2 的介质时, 折射角 θ_2 与入射角 θ_1 的关系为

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$

研究表明, 光在不同介质中的传播速度不同; 某种介质的折射率, 等于光在真空中的传播速度 c 与光在这种介质中的传播速度 v 之比, 即

$$n = \frac{c}{v}. \quad (22.2)$$

由于光在真空中的传播速度 c 大于光在任何介质中的传播速度 v , 因而任何介质的折射率 n 都大于 1. 所以, 光从真空射入任何介质时, $\sin \theta_1$ 都大于 $\sin \theta_2$, 即入射角总是大于折射角.

因为光在空气中的传播速度与在真空中的传播速度相近, 所以空气的折射率近似为 1. 在实际应用中, 我们遇到最多的情况是光从空气射入某种介质, 或光从某种介质射入空气. 而空气对光的传播影响很小, 可以作为真空处理.

22.2 光的全反射

对于折射率不同的两种介质, 我们把折射率较小的介质叫作光疏介质, 折射率较大的介质称为光密介质. 光密介质与光疏介质是相对的. 光从光疏介质射入光密介质时, 折射角小于入射角; 光从光密介质射入光疏介质时, 折射角大于入射角.

光从光密介质射入光疏介质时, 在界面处有一部分光**反射回原介质中**, 另一部分光**折射到光疏介质中**. 实验表明, 随着入射角的增大, 折射角也会逐渐增大, 折射光线与法线越来越远, **且折射光线越来越弱, 反射光线越来越强**.

当入射光增大到某一角度 C , 使折射角达到 90° 时, 折射光线会完全消失, 只剩下反射光线. 这种现象叫作**全反射**, 这时的入射角叫作**临界角**.

当光从光密介质射入光疏介质时, 如果入射角等于或大于临界角, 就会发生全反射现象. 需要注意的是, 当光从光疏介质射入光密介质时, 由于折射角小于入射角, 无论入射角如何增大 (直至与界面重合), 折射角也不会到达 90° , 因此不会发生全反射.

由光的折射定律 (22.1) 可知, 光从介质射入空气或真空时, 发生全反射的临界角 C 与介质的折射率 n 的关系是

$$\sin C = \frac{1}{n}.$$

从这个式子可以看出, 介质的折射率越大, 发生全反射的临界角越小. 科研和技术中常常通过测量临界角来测定材料的折射率.

水的临界角为 48.8° , 玻璃的临界角为 32° 到 42° , 金刚石的临界角为 24.4° . 与其他材质比, 金刚石特别容易发生全反射. 正因为如此, 经过精心打磨的金刚石看起来璀璨夺目.

水中或玻璃中的气泡, 看起来特别明亮, 就是因为光从水或玻璃射向气泡时, 一部分光在界面上发生了全反射的缘故.

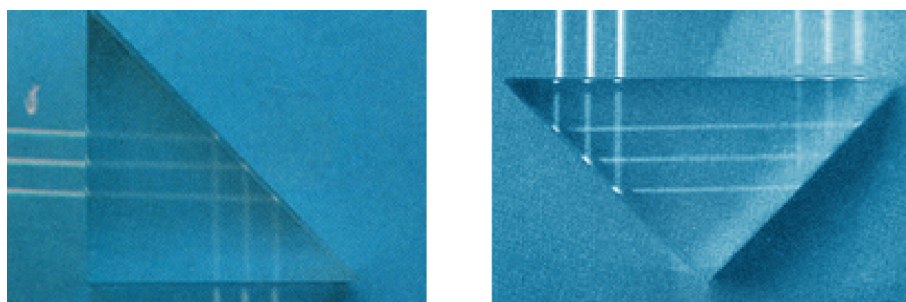


图 22.2: 全反射棱镜的原理

全反射棱镜 如图 22.2, 玻璃棱镜的截面为等腰直角三角形. 当光从图中所示的方向射入玻璃时, 由于光的方向与玻璃面垂直, 光线不发生偏折. 但在玻璃内部, 光射向玻璃与空气的界面时, 入射角大于临界角, 发生全反射. 与平面镜相比, 它的反射率高, 几乎可达 100%. 这种棱镜在光学仪器中可用来改变光的方向, 应用十分广泛.

光导纤维 光导纤维简称“光纤”, 是一种能够传导光波和各种光信号的纤维. 21 世纪人类社会进入信息大爆炸的时代, 光纤是传输信息的理想载体. 如图 22.3 所示为反射型光纤的结构示意图. 光纤的结构呈圆柱形, 中间是直径为微米级的纤芯, 具有高折射率, 外面包裹低折射率材料, 最外面是塑料护套. 特殊的制造工艺和特殊的材料, 使光纤既纤细似发, 柔顺如丝, 又具有较高的强度.

光能够在光纤中传输, 就是利用光在折射率不同的两种介质的分界面产生的全反射. 由于外层材料的折射率比

纤芯小, 进入纤芯的光线在两种介质的界面上作多次全反射而曲折前进, 沿着芯线传送, 就好像自来水只能在水管里流动一样, 不会泄漏出去.

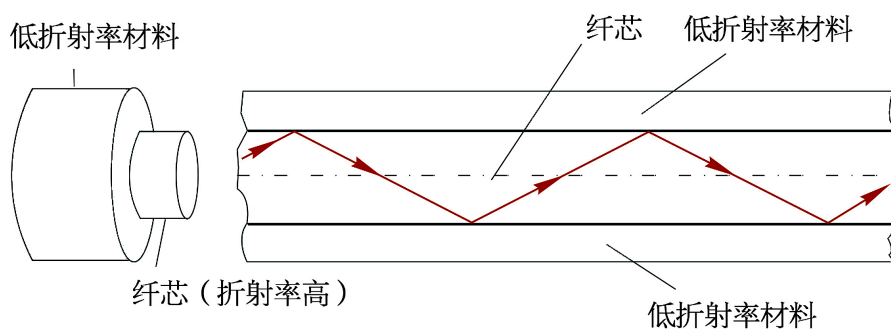


图 22.3: 光导纤维的结构示意图

医学上还利用这个原理制作了内窥镜。^{*} 如果把许多光导纤维聚集成束, 并使两端的排列顺序相同, 图像就可以从一端传播到另一端. 实际的内窥镜装有两组光纤, 一组把光传送到人体内部进行照明, 另一组把体内的图像传出供医生观察.

光是一种电磁波. 像无线电波那样, 光可以作为载体来传播信息. 光纤传输有传输容量大, 衰减小, 抗干扰性及保密性强等多方面的优点.

22.3 光的干涉

我们知道, 如果两列机械波的频率相同, 相位差恒定, 振动方向相同, 就会发生干涉. 光是一种电磁波, 那么光也应该会发生干涉现象. 怎样才能观察到光的干涉现象呢?

22.3.1 光的双缝干涉

使白光源通过红色滤光片, 分离出红色光. 单色光先通过横向的单缝, 然后照射在有两个纵向狭缝的金属挡板上, 在后面的光屏上观察现象. 这个实验称为杨氏双缝干涉实验, 最早是英国物理学家托马斯·杨在 1801 年成功完成的.

现在我们有条件, 也可以用激光器直接发出平行激光束. 激光器发出的红色激光照射金属挡板上的两条狭缝, 在后面的光屏上观察现象. 实验装置如图 22.4a 所示.

我们发现, 光屏上呈现明暗 (红黑) 相间的条纹 (图 22.4a). 如何解释这个现象呢? 事实上, 由于狭缝 S_1 , S_2 很小, 狭缝就成了两个波源, 它们的频率, 相位和振动方向总是相同的. 这两个波源发出的光在挡板后面的空间互相叠加, 发生干涉现象: 来自两个光源的光在一些位置相互加强, 在另一些位置相互削弱, 因此在挡板后面的屏上得到明暗相间的条纹. 振动方向相同, 频率相等, 相位差恒定的光源称为相干光源, 由相干光源发出的光相互叠加才能产生光的干涉现象.

^{*}这里介绍的是纤维式内窥镜. 现在医院用的大多是电子式内窥镜: 把微型摄像头送入人体, 图像信号经过电缆传出, 用计算机屏幕显示. 电子式内窥镜的探头体积小, 分辨率高, 可供多人观察, 所得图像能以电子文件的形式存储.

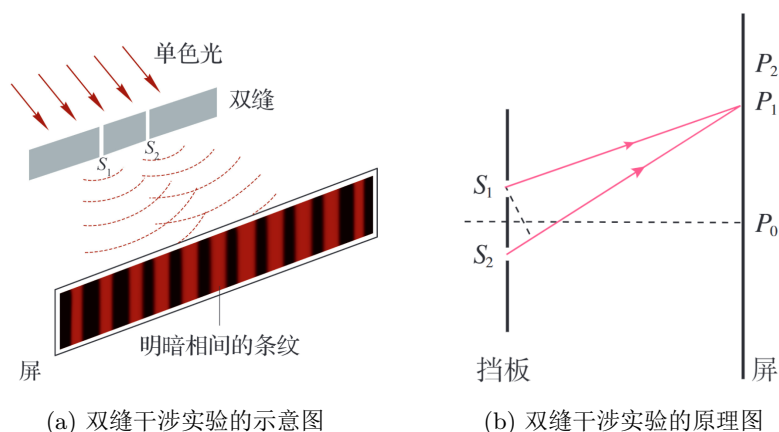


图 22.4: 双缝干涉实验

具体来说, 狭缝 S_1 和 S_2 发出的波源, 到屏上 P_0 点的距离相同. 由于两列波到达 P_0 点的路程一样, 所以这两列波的波峰或波谷同时到达 P_0 点, 也就是相位仍然相同. 在这点, 两列波叠加后相互加强, 因此这里出现亮条纹.

再考察 P_0 点上方的另外一点 P_1 , 它距 S_2 比距 S_1 远一些, 两列波到达 P_1 点的路程不相同, 两列波的波峰或波谷不一定同时到达 P_1 . 如果路程差正好是半个波长 $\frac{1}{2}\lambda$, 那么两列波在这里恰好互相抵消, 于是这里出现暗条纹.

对于更远一些的 P_2 点, 来自两个狭缝的光波的路程差更大. 如果路程差正好等于波长 λ , 那么这里也出现亮条纹. 距离屏的中心越远, 路程差越大. 每当路程差等于波长的整数倍

$$k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots$$

时, 两列光波得到加强, 屏上出现亮条纹; 每当路程差等于半波长的奇数倍

$$\frac{k}{2}\lambda, k = 1, 3, 5, \dots$$

时, 两列光波相互削弱, 屏上出现暗条纹.

调换不同间距的双缝, 调节光屏与双缝的距离, 观察光屏上干涉条纹的变化.

观察发现, 在双缝干涉图样中, 明条纹或暗条纹之间的距离是相等的. 保持光屏到双缝的距离不变, 减小双缝间距, 光屏上的条纹间距增大; 保持双缝间距不变, 增大光屏到双缝的距离, 光屏上的条纹间距也增大.

进一步实验表明, 保持双缝间距和屏到双缝的距离都不变, 改变光的颜色, 条纹间距也随之变化. 红光的条纹间距最大, 紫光的条纹间距最小.

通过理论分析可知, 如果狭缝 S_1, S_2 的间距为 d , 挡板与屏的距离为 l , 光的波长为 λ , 那么相邻两条亮条纹或暗条纹的中心间距是

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda. \quad (22.3)$$

这就是说, 对于同一套实验装置, 光的波长越大, 干涉条纹的间距越大. 例如红光的干涉条纹间距大于蓝光的干涉条纹间距, 蓝光的干涉条纹更密.

通过这个实验, 我们可以测量光的波长.

22.3.2 光的薄膜干涉

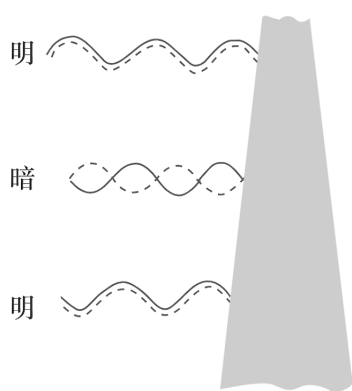


图 22.5: 肥皂液膜的反射光

把铁丝圈在肥皂水中蘸一下, 让它挂上一层薄薄的液膜. 把这层液膜当作一个平面镜, 用它观察酒精灯的火焰, 发现火焰呈现彩色条纹, 这是什么原因?

液膜具有厚度, 火焰的像是由液膜的前后两个表面反射的光共同形成的. 来自两个面的反射光相互叠加, 发生干涉, 也称**薄膜干涉**. 实际上, 由于重力作用, 竖直放置的液膜上薄下厚. 从上到下, 两个表面的反射光有的相互增强, 有的相互减弱, 形成了明暗相间的条纹 (图 22.5). 由于火焰的光是复色光, 薄膜上不同颜色的光的条纹的明暗位置不同, 相互交错, 所以, 看上去会有彩色条纹.

薄膜干涉在技术中有很多应用. 比如, 可以用该原理来检测平面的平整度. 把平整的样板放在待检测平面上, 并在一侧垫上一块薄片, 使之形成一定的角度. 用单色光照射, 入射光从两个平面反射出两束光波, 形成干涉条纹. 如果待检测平面平整, 那么两平面的间距均匀变化, 产生的干涉条纹互相平行; 如果待检测平面不平整, 那里的干涉条纹就会发生弯曲.

常见光学镜头呈淡紫色, 是因为镜片上涂了增透膜 (氟化镁), 膜的厚度经过特别设计. 人眼对绿光最敏感, 各色光射到镜头上时, 膜前后表面反射的绿色光相消, 使得绿色的透射增强, 以此提高成像质量. 由于反射光中缺少绿色, 所以光学镜头看起来呈淡紫色. 这种膜称为**增透膜**.

为了减少紫外线对眼睛的伤害, 生产厂家在眼睛上涂了一层膜. 它的厚度经特别设计, 使膜前后表面反射的紫外线增强, 从而减弱了紫外线的透射, 这种膜叫作**增反膜**.

22.4 光的衍射

在挡板上安装一个宽度可调的狭缝, 缝后放一个光屏. 用单色平行光照射狭缝, 我们看到, 当缝比较宽时, 光沿着直线通过狭缝, 在屏上产生一条与缝宽相当的亮条纹. 但是, 当缝调到很窄时, 尽管亮条纹的亮度有所降低, **但是宽度反而增大了**, 而且两侧出现了对称分布且不等距的明暗相间的条纹.

这表明, 光没有沿直线传播, 它绕过了缝的边缘, 传播到了相当宽的地方. 这就是光的衍射现象.

从缝不同位置射入的光到达光屏侧边的距离不同, 它们互相增强或减弱, 形成了明暗相间的条纹, 这是光的干涉现象.

如果用白光做上述实验, 得到的条纹是彩色的. 这是因为白光中包含了各种颜色的光, 衍射时不同色光的亮条纹的位置不同, 于是各种色光就区分开了.

光在没有障碍物的均匀介质中是沿直线传播的. 对衍射现象的研究表明, 在障碍物或狭缝的尺寸很大时, 衍射现象不明显, 也可以近似认为光是沿直线传播的. 但是, 在障碍物或狭缝的尺寸足够小的时候, 衍射现象十分明显, 这时就不能说光沿直线传播了.

由于单缝衍射的条纹比较宽, 而且距离中央亮条纹较远的条纹, 亮度也很低, 所以单缝衍射的实用性较低. 实验

表明, 如果增加狭缝的个数, 衍射条纹的宽度将变窄, 亮度将增加. 光学仪器中用的**衍射光栅**就是据此制成的. 它是由许多等宽的狭缝等距离地排列起来形成的光学元件. 在一块很平的玻璃上刻出一系列等距的平行刻痕, 刻痕产生漫反射而不太透光, 未刻的部分相当于透光的狭缝, 这样就做成了透射光栅. 如果在高反射率的金属上刻痕, 就可以做成反射光栅.

22.5 光的偏振

22.5.1 波的偏振

波分为纵波和横波. 在纵波中, 各点的振动方向总与波的传播方向在同一直线上. 在横波中, 各点的振动方向总与波的传播方向垂直.

不同的横波, 即使传播方向相同, 振动方向也可能是不同的. 这个现象称为**偏振**. 横波的振动方向称为**偏振方向**.

想象在一条绳上的横波, 它可以通过与振动方向相同的狭缝; 但如果狭缝的方向与振动方向垂直, 绳上的横波则无法通过. 如果是在一条弹簧上传播的纵波, 无论狭缝的取向如何, 波都能通过.

22.5.2 光的偏振

光的干涉和衍射现象说明光具有波动性. 光是横波还是纵波呢? 研究表明, 光是一种横波. 我们可以用与上述实验类似的方法来研究光的偏振. 为此, 利用偏振片代替狭缝.

偏振片由特定的材料制成, 每个偏振片都有一个特定的方向, 沿着这个方向振动的光波能顺利通过偏振片, 偏振方向与这个方向垂直的光不能通过, 这个方向叫作透振方向. 偏振片对光波的作用就像狭缝对于机械波的作用一样.

事实上, 只要光的振动方向不与透振方向垂直, 它都可以不同程度地通过偏振片, 不过强度要比振动方向与透振方向平行的光弱一些.

生活中, 太阳光, 日光灯, LED 等普通光源发出的光, 包含着在垂直于传播方向上沿一切方向振动的光, 而且沿着各个方向振动的光波的强度都相同. 这种光称为**自然光**.

自然光在通过偏振片时, 只有振动方向与偏振片的透振方向一致的光波才能顺利通过. 也就是说, 通过偏振片的光波, 在垂直于传播方向的平面上, 沿着某个特定的方向振动. 这种光叫作**偏振光**.

偏振光并不罕见. 除了从太阳, 白炽灯等光源直接发出的光以外, 我们通常看到的绝大部分光, 都是不同程度的偏振光. 自然光的反射光和折射光都是偏振光, 入射角变化时偏振的程度也有变化.

光的偏振现象有很多应用. 例如, 摄影师在拍摄池中的游鱼, 玻璃橱窗里的陈列物时, 由于水面和玻璃表面的反射光的干扰, 景象会不清楚. 如果在照相机镜头前装一片偏振滤光片, 转动滤光片, 让它的透振方向与水面和玻璃表面的反射光的偏振方向垂直, 就可以减弱反射光而使水下和玻璃后的景象清晰.

电子表的液晶显示, 3D 电影等也都利用了偏振光的原理.

22.5.3 激光

光是从物质的原子中发射出来的。但是，普通的光源，例如白炽灯，灯丝中某个原子在什么时刻发光，在哪个方向偏振，完全是随机的，发出的光传播方向各异，频率也不一定相同，这导致不同原子发出的光没有确定的相位差，这导致两个独立的普通光源发出的光不会发生干涉。

1960年，美国物理学家梅曼率先在实验室中制造出了频率相同，相位差恒定，振动方向一致的光波，这就是**激光**。由于上述性质，激光具有高度的相干性，这是它的第一个特点。

我们前面讲过的双缝干涉实验和衍射实验，用激光要比用自然光更容易完成。因此，激光被广泛地应用于生产和科学研究中。

激光还能用来传递信息。光纤通信就是激光和光导纤维相结合的产物。

激光的另一个特点是它的平行度非常好，在传播很远的距离后仍能保持一定的强度。激光的这个特点使它可以用来进行精确的测距。

激光的亮度很高，也就是说，它可以在很小的空间和很短的时间内集中很大的能量。因此，可以利用激光束来切割，焊接，以及在很硬的材料上打孔。

22.6 光的色散与光的电磁理论

在双缝干涉的实验中，各种颜色的单色光都会发生干涉，但条纹之间的距离不一样。用黄光做这个实验，条纹之间的距离比用红光时小，用蓝光时更小。

根据(22.3)式，条纹之间的距离与光的波长成正比，因此可以断定，**不同颜色的光，波长不同。**

用白光做双缝干涉实验时，条纹是彩色的。可见，白光是由多种色光组成的。发生干涉时，由于不同颜色的光条纹间距不同，白光被分解了。含有多种颜色的光被分解为单色光的现象叫作**光的色散**。

表 22.2: 各色光在真空中的波长和频率

光的颜色	波长/nm	频率/ 10^{14} Hz	光的颜色	波长/nm	频率/ 10^{14} Hz
红	760 ~ 630	3.9 ~ 4.8	蓝	500 ~ 450	6.0 ~ 6.7
橙	630 ~ 600	4.8 ~ 5.0	靛	450 ~ 430	6.7 ~ 7.0
黄	600 ~ 570	5.0 ~ 5.3	紫	430 ~ 400	7.0 ~ 7.5
绿	570 ~ 500	5.3 ~ 6.0			

含有多种颜色的光被分解后，各种色光按其波长的有序排列，就是**光谱**。

在光的薄膜干涉实验中，如果在白光下观察肥皂泡，白光中不同波长的光，从肥皂泡的前后表面反射后，在不同的位置相互加强。所以肥皂泡看起来是彩色的。

照相机望远镜的镜头表面常常镀了一层增透膜。膜的上表面与玻璃表面反射的光发生干涉。由于只有一定波长

的光干涉时才会相互加强, 所以镀膜镜头看起来是有颜色的. 镀膜的厚度不同, 镜头的颜色也不一样.

在光的衍射实验中, 我们展示了单色光衍射的照片. 如果用白光做这些实验, 得到的条纹是彩色的. 这是因为白光中包含了各种颜色的光, 衍射时不同色光的亮条纹的位置不同, 于是各种色光就区分开了. 这个现象是光在衍射时的色散.

光学研究常常用到三棱镜, 简称棱镜. 根据折射定律, 一束光线射入后将向他横截面的底边方向偏折. 实验表明, 一束白光经过棱镜而被折射后, 在屏上的光斑是彩色的. 这说明光在折射过程中发生了色散. 从图中可以看出, 红光 (波长较长) 通过棱镜后偏折的程度比其他颜色的光要小, 而紫光 (波长较短) 偏折的程度比其他颜色的光要大. 这说明透明物质对波长 λ 不同的光的折射率 n 不一样, 波长越短, 折射率越大.

根据折射率 n 与波速 v 的关系 (22.2) 能够得出结论: 在同一种物质中, 不同波长的光传播速度不一样, 波长越短, 传播速度越慢.*

前面的学习中, 我们讨论了很多光的现象, 那么光的本质是什么呢? 关于这个问题, 历史上存在不同的观点. 19 世纪 60 年代, 麦克斯韦预言了电磁波的存在, 并认为光也是一种电磁波. 此后, 赫兹在实验中证实了这种假说.

这部分内容在 21.1.1 节有具体的介绍, 这里我们不再重复叙述, 只简要地列出电磁波的特点.

1. 电磁波是横波;
2. 与机械波不同, 电磁波的传播不需要介质, 在真空中也能传播;
3. 电磁波具有反射, 折射, 干涉, 衍射等一切波的特性;
4. 电磁波在真空中的传播速度 $c = 3 \times 10^8$ m/s, 它与电磁波的频率 ν , 在真空中的波长 λ 的关系是

$$c = \lambda\nu.$$

其中 ν 由波源决定.

按照麦克斯韦的理论, 光也是一种电磁波. 光的颜色是由光的频率决定的, 而频率是由光源决定的, 不受介质影响. 从红光到紫光, 光的频率依次增大.

上述理论分析以及实验事实都表明, 光 (或电磁波) 的频率越大 (波长越小), 在同种介质中的传播速度越小, 折射率越大.

在下一章的学习中, 我们将从另一个角度, 更深入地了解光的本质.

*我们知道, 机械波的波速只与介质有关, 而与波的频率无关. 但电磁波并非如此.

第二十三章 波粒二象性

第六部分

原子和原子核

